# Projeto de Apoio em Álgebra 2014.2 - Atividade 1

1. Dada a equação:
$$a + b = c$$
Podemos escrevê-la da seguinte forma:
$$(10a - 9a) + (10b - 9b) = (10c - 9c)$$
Colocando todos os múltiplos de 10 em um dos membros da equação e os de 9 em outro, temos:
$$10a + 10b - 10c = 9a + 9b - 9c$$
Colocando em evidência 10 de um lado e 9 do outro temos:
$$10(a + b–c) = 9(a + b–c)$$
Dividindo ambos os lados por a+b–c temos:
$$10 = 9$$
Identifique onde está o erro.

2. Considere os vetores $\mathbf{u} = (0, -1)$ e $\mathbf{v} = (-1/2, -1)$ pertencentes ao $\mathbb{R}^2$. Faça o que se pede:

   (a) Apresente o vetor $3\mathbf{u} - 2\mathbf{v}$.

   (b) Expresse o vetor $\mathbf{w} = (4, 2)$ como combinação linear dos vetores $\mathbf{u}$ e $\mathbf{v}$.

   (c) Apresente uma equação paramétrica da reta $(r)$ do $\mathbb{R}^2$ que passa na origem e é paralela ao vetor $\mathbf{u}$.

   (d) Apresente uma equação cartesiana para a reta $(r)$.

   (e) Determine o que representa geometricamente o conjunto Span $\{\mathbf{u}\}$.

   (f) Span $\{\mathbf{u}\}$=Span $\{\mathbf{u}, 2\mathbf{u}, 3\mathbf{u}\}$? Justifique.

   (g) $\mathbf{u}_1 = (0, 7) \in$ Span $\{\mathbf{u}\}$? Justifique.

   (h) $\mathbf{v} \in$ Span $\{\mathbf{u}\}$? Justifique.

   (i) Span $\{\mathbf{u}\}$ = Span $\{\mathbf{u}, \mathbf{v}\}$? Justifique.

   (j) Determine o que representa geometricamente o conjunto Span $\{\mathbf{u}, \mathbf{v}\}$.

   (k) Apresente uma equação paramétrica da reta $(s)$ do $\mathbb{R}^2$ que passa pelo ponto de coordenadas $(3, 5)$ e é paralela ao vetor $\mathbf{v}$.

   (l) Apresente uma equação cartesiana para a reta $(s)$.

   (m) Determine $(r) \cap (s)$.

(n) Determine a interseção da reta $(s)$ com o eixo $x$.

(o) Refaça os itens *c,h,i,j* e $k$ na forma literal, ou seja, supondo que os vetores $\mathbf{u}$ e $\mathbf{v}$ de $\mathbb{R}^2$ são LI e não nulos, mas sem usar as suas coordenadas.

3. Considere os vetores $\mathbf{u} = (1, 2, 0, -1)$ e $\mathbf{v} = (0, 1, -1/2, -1)$ pertencentes ao $\mathbb{R}^4$. Faça o que se pede:

(a) Apresente o vetor $3\mathbf{u} - 2\mathbf{v}$.

(b) Expresse, se possível, o vetor $\mathbf{w}_1 = (6, 4, 4, 2)$ como combinação linear dos vetores $\mathbf{u}$ e $\mathbf{v}$.

(c) Expresse, se possível, o vetor $\mathbf{w}_2 = (6, 4, 4, 1)$ como combinação linear dos vetores $\mathbf{u}$ e $\mathbf{v}$.

(d) Apresente uma equação paramétrica da reta $(r)$ do $\mathbb{R}^4$ que passa na origem e é paralela ao vetor $\mathbf{u}$.

(e) O conjunto $C = \left\{ (x, y, z, w) \in \mathbb{R}^4 / \left\{ \begin{array}{r} 2x - y = 0 \\ z = 0 \\ x + w = 0 \end{array} \right. \right\}$ representa de forma cartesiana a reta $(r)$?

(f) Determine geometricamente o que representa o conjunto Span $\{\mathbf{u}\}$.

(g) Determine geometricamente o que representa o conjunto Span $\{\mathbf{u}, 2\mathbf{u}, \mathbf{v}\}$.

(h) Span $\{\mathbf{u}, \mathbf{v}\}=\mathbb{R}^4$? Justifique.

(i) Apresente uma equação paramétrica da reta $(s)$ do $\mathbb{R}^4$ que passa pelo ponto de coordenadas $(1, -1, 3, 5)$ e é paralela ao vetor $\mathbf{v}$.

(j) Apresente um sistema de equações cartesianas que defina a reta $(s)$.

(k) Determine a posição relativa (paralelas disjuntas, paralelas coincidentes, concorrentes ou reversas) entre as retas $(r)$ e $(s)$.

(l) Apresente uma equação paramétrica do plano $(\alpha)$ do $\mathbb{R}^4$ que passa pela origem e é paralelo aos vetores $\mathbf{u}$ e $\mathbf{v}$.

(m) $(1, 0, -1, -1) \in (\alpha)$? Justifique.

(n) Qual é o número mínimo de equações cartesians para determinar Span $\{\mathbf{u}, \mathbf{v}\}$?

4. Considere o conjunto de vetores do $\mathbb{R}^n$, $C = \{\mathbf{w}_1, \mathbf{w}_2, ..., \mathbf{w}_k\}$.

(a) Defina:

i. Span $\{\mathbf{w}_1, \mathbf{w}_2, ..., \mathbf{w}_k\}$.

ii. Conjunto LI de vetores.

(b) Apresente contra-exemplos que justifiquem as falsidades das afirmações a seguir:

i. Se $k > n$ então $C$ é L.I.

ii. Se $C$ é L.I. então Span $\{\mathbf{w}_1, \mathbf{w}_2, ..., \mathbf{w}_k\} = \mathbb{R}^n$.

iii. Se $k = n$ então Span $\{\mathbf{w}_1, \mathbf{w}_2, ..., \mathbf{w}_k\} = \mathbb{R}^n$.

(c) Mostre que se $\mathbf{u}, \mathbf{v} \in$ Span $\{\mathbf{w}_1, \mathbf{w}_2, ..., \mathbf{w}_k\}$ então $t\mathbf{u}+k\mathbf{v} \in$ Span $\{\mathbf{w}_1, \mathbf{w}_2, ..., \mathbf{w}_k\}$ para quaisquer que sejam os reais $t$ e $k$.