Teste

28 de outubro de 2014

7:00h – 33F

1. (a) Mostre que $\forall u \in \mathbb{R}^n$ não nulo o vetor

$$\frac{1}{\|u\|}u$$

é unitário.

(b) Mostre que se $u \in \mathbb{R}^n$ é ortogonal a $u_1, \dots, u_k \in \mathbb{R}^n$, então $u \in \left[\operatorname{span}\{u_1, \dots, u_k\}\right]^{\perp}$.

9:00h – 33G

1. (a) Sejam $u_1, \dots, u_k \in \mathbb{R}^n$ vetores ortogonais e $u = a_1 u_1 + \cdots + a_k u_k$. Mostre que

$$a_j = \frac{\langle u, u_j \rangle}{\|u_j\|^2}$$

para $j = 1, \dots, k$.

(b) Suponha agora que $u_1, \dots, u_k$ são ortonormais. Use o item anterior para concluir que $a_j = \langle u, u_j \rangle$ para $j = 1, \dots, k$.

(c) Verifique que

$$\beta = \left\{ \left(\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}} \right), \left(\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{-1}{\sqrt{2}} \right) \right\}$$

é uma base ortonormal de $\mathbb{R}^2$ e usando o item anterior calcule $\left[(3,2)\right]_{\beta}$.