

Teste

30 de Setembro de 2014

7:00h – 33F

1. Considere a função $T : \mathcal{M}_{2 \times 2}(\mathbb{R}) \longrightarrow \mathcal{M}_{2 \times 2}(\mathbb{R})$ dada por

$$T(A) = A - A^T.$$

- (a) Mostre que T é uma transformação linear.
- (b) Calcule a dimensão de $\text{Nuc}(T)$.
- (c) T é injetiva?
- (d) T é sobrejetiva?

9:00h – 33G

1. Considere $T : \mathcal{M}_{2 \times 2}(\mathbb{R}) \longrightarrow \mathcal{M}_{2 \times 2}(\mathbb{R})$ dada por

$$T(A) = \frac{A + A^T}{2}.$$

- (a) Mostre que T é uma transformação linear.
- (b) Mostre que $T(A)$ é uma matriz simétrica para toda $A \in \mathcal{M}_{2 \times 2}(\mathbb{R})$.
- (c) Calcule a dimensão de $\text{Nuc}(T)$.
- (d) T é sobrejetiva?

Aqui estão algumas questões que eu havia pensado em colocar no teste, mas preferi colocar aqui como exercícios extras.

- 1. Sejam U um espaço vetorial de dimensão 5. Considere V, W subespaços vetoriais de U com $\dim(V) = \dim(W)$ e tais que $U = V + W$. Mostre que $V \cap W \neq \emptyset$.
- 2. Sejam $U, V \subset \mathbb{R}^7$ tais que $U \oplus V = \mathbb{R}^7$. Mostre que $\dim(U) \neq \dim(V)$.