PUC RIO

# PROVA G2 FIS1051 – 24/10/2014
# ELECTROMAGNETISMO

**NOME LEGÍVEL:**______________________________________________________

**ASSINATURA:**______________________________________________________

**MATRÍCULA:** ____________________ **TURMA:**______________

| QUESTÃO | VALOR | GRAU | REVISÃO |
|---|---|---|---|
| 1 | 3,5 | | |
| 2 | 3,0 | | |
| 3 | 3,5 | | |
| TOTAL | 10,0 | | |

**Instruções Gerais:**

1- A duração da prova é de 1h 50min;
2- A tolerância de entrada é de 30 min após o início da prova. Se um aluno terminar a prova em menos de 30min, deverá aguardar em sala antes de entregar a prova e sair de sala;
3- A prova deve ser resolvida apenas nas folhas recebidas e nos espaços reservados para soluções. Não é permitido destacar folhas da prova;
4- A prova é sem consulta a professores, fiscais ou a qualquer tipo de material. A interpretação dos enunciados faz parte da prova;
5- O aluno só poderá realizar a prova e assinar a lista de presença na sua turma/sala;
6- O aluno só poderá manter junto a si: lápis, borracha e caneta. Caso necessário, o fiscal poderá solicitar ajuda a outro aluno e apenas o fiscal repassará o material emprestado;
7- O celular deverá ser desligado.

**Instruções Específicas:**

1- **Respostas sem justificativa e/ou cálculos explícitos não serão computadas**;
2- **NÃO é permitido o uso de calculadora**;
3- **A prova só poderá ser feita a lápis, caneta azul ou preta.**

Volumes: $\frac{4}{3}\pi R^3$ (Esfera de raio R)

$\pi R^2 L$ (Cilindro de raio R e compr. L)

Superfícies: $4\pi R^2$ (Esfera de raio R)

$2\pi RL$ (Cilindro de raio R e compr. L)

$$\int \frac{x\,dx}{(a-x)^2} = \frac{a}{a-x} + \ln|a-x|$$

$$\int \frac{dx}{\left(x^2+a^2\right)^{3/2}} = \frac{x}{a^2(x^2+a^2)^{1/2}}$$

$$\int \frac{x\,dx}{\left(x^2+a^2\right)^{1/2}} = \sqrt{x^2+a^2}$$

$$\int \frac{x\,dx}{\left(x^2+a^2\right)^{3/2}} = -\frac{1}{(x^2+a^2)^{1/2}}$$

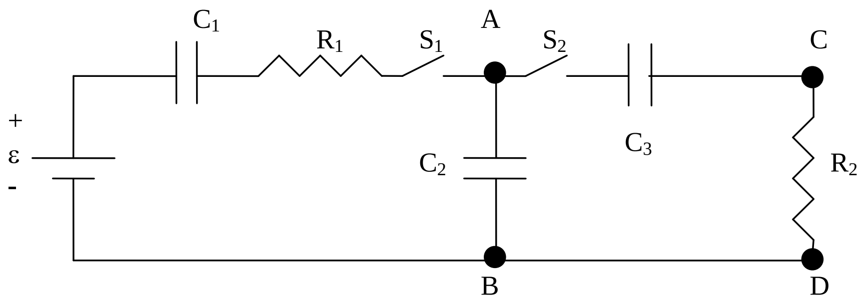
**1ª Questão (3,5)**

No circuito abaixo os capacitores $C_1$, $C_2$ e $C_3$ estão inicialmente descarregados e ocorrem as seguintes fases sucessivas:

Fase1: chave $S_1$ fechada e $S_2$ aberta durante longo tempo;
Fase 2:chaves $S_1$ e $S_2$ abertas e o meio de $C_2$ substituído por outro de constante dielétrica 10 vezes menor.
Fase3: chave $S_1$ aberta e $S_2$ fechada durante longo tempo.

Considerando $\varepsilon = 10$ V, $R_1 = 10^6\ \Omega$ e $R_2 = 10^5\ \Omega$, $C_1 = C_2 = 1\ \mu F$ e $C_3 = 0,4\ \mu F$ , determine com justificativa:

a) (0,4) A corrente elétrica em função do tempo em $R_1$ durante a fase 1.
b) (0,4) A energia dissipada em $R_1$ na fase 1.
c) (0,4) A energia fornecida pela bateria na fase1
d) (0,8) A d.d.p. $V_A - V_B$ no final da fase 1.
e) (0,4) A energia armazenada em $C_2$ na fase 1.
f) (0,4) A d.d.p. $V_C - V_D$ no início e final da fase 3.
g) (0,7) As cargas armazenadas em $C_1$, $C_2$ e $C_3$ no final da fase 3.




**Solução**

a) Fase 1: circuito RC com carregamento de $C_1$ e $C_2$ em série com $R_1$
$i(t) = i_{max}\ e^{-t/\tau}$ com $\mathbf{i_{max}} = i(0) = 10 / R_1 = 10/10^6 = 10^{-5}$ A
$\tau = R_1 C_{eq} = 10^6 \times 0,5\times10^{-6} = 0,5$ s $\Rightarrow$ $\boldsymbol{i(t) = 10^{-5}\ e^{-2t}\ A}$
$1/C_{eq} = 1/C_1 + 1/C_2 \Rightarrow C_{eq} = 1/2\ \mu F$

b) $U_R = \int_0^\infty R_1\, i(t)^2\, dt = 2,5\times10^{-5}$ J

c) $U_{bat} = \int_0^\infty \varepsilon\, i(t)\, dt = 5\times 10^{-5}$ J

d) $V_A - V_B = Q_2\ max / C_2$

$C_1$ e $C_2$ em série $\Rightarrow Q_1\ max = Q_2\ max = Q_{eq}\ max = \varepsilon\, C_{eq} = 5\times 10^{-6}$ C

$\mathbf{V_A - V_B = 5\ V}$

e) $\mathbf{U_2 =}$ $1/2\ (Q_{2}\max)^2 / C_2 = \mathbf{1{,}25 \times 10^{-5}\ J}$

f) <u>Fase 3</u>: descarregamento parcial de $C_2$ e carregamento de $C_3$
$V_C - V_D = V_{C2} - V_{C3}$

**Início da fase 3** : $V_{C2} = Q_2\max/C'_2 = 5 \times 10 = 50$ V e $Q_3 = 0 \Rightarrow V_{C3} = 0$

$C'_2 = C_2 / 10$ ; $V_C - V_D = \mathbf{50 - 0 = 50\ V}$

**Final da fase 3**: corrente nula em $R_2 \Rightarrow V_C - V_D = \mathbf{R_2 \times 0 = 0\ V}$

g) <u>Final da fase 3</u>:

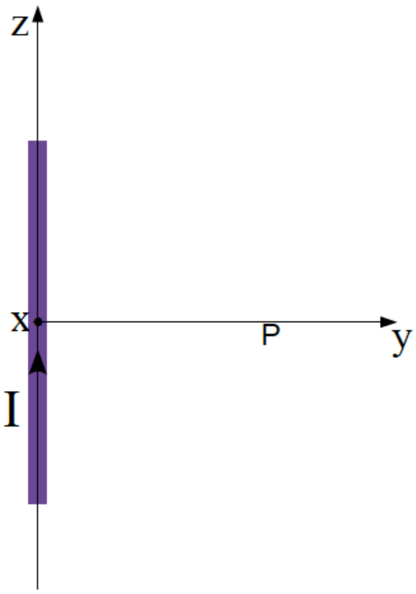
conservação da carga : $\mathbf{q_1 = Q_{eq}\max = 5 \times 10^{-6}\ C}$ e $q'_2 + q_3 = Q_{eq}\max$ (1)

$V_{C2} = V_{C3} \Rightarrow$ $(q'_2 / C'_2) = (q_3 / C_3)$ (2)

de ( 1 ) e ( 2 ) : $\mathbf{q'_2 = 10^{-6}\ C}$ **e** $\mathbf{q_3 = 4 \times 10^{-6}\ C}$

**2ª Questão (3,0)**

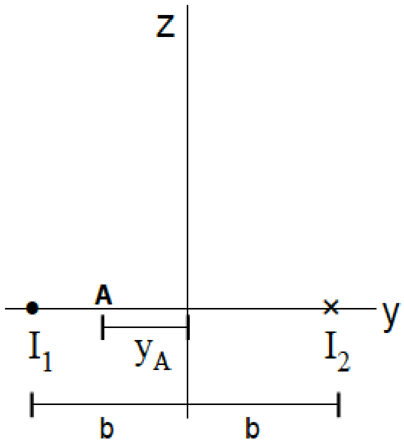
Um fio retilíneo de comprimento L é percorrido por uma corrente I como mostrado na figura ao lado (o sentido da corrente está indicado no desenho).
O fio repousa sobre o eixo z e suas extremidades estão nas coordenadas $(x,y,z)=(0,0,\pm L/2)$.




a) **(1,0)** A partir da lei de Biot-Savart, encontre o vetor campo magnético no ponto P mostrado na figura cuja coordenada é (0,d,0).
(Considere $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}\, T\ m / A$)

b) **(1,0)** Partindo do resultado do item anterior, encontre o campo magnético para um fio muito longo (L>>d).

Considere agora dois fios retilíneos muito longos paralelos percorridos por correntes $I_1$ e $I_2$, como mostrado na figura ao lado. Os símbolos (•) e (x) na figura indicam o sentido das correntes $I_1$ e $I_2$ saindo e entrando no papel, respectivamente.

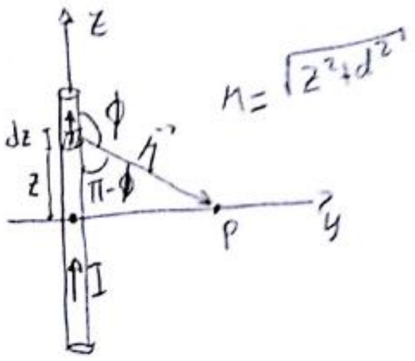



c) **(1,0)** A partir do campo magnético encontrado no item (b), encontre o campo magnético resultante no ponto **A** mostrado na figura.

**Solução**

a) (1,0 ponto)

$$\sin\phi = \sin(\pi-\phi) = \frac{d}{\sqrt{z^2+d^2}}$$




O campo total no ponto P é encontrado usando a lei de Biot-Savart:

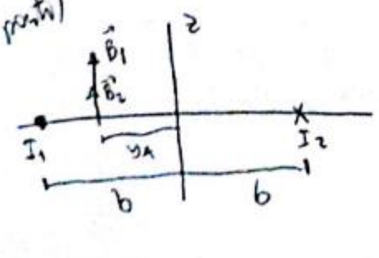
$$dB = \frac{\mu_0 I}{4\pi}\frac{dz\,\sin\phi}{z^2+d^2} = \frac{\mu_0 I}{4\pi}\frac{d}{(z^2+d^2)^{3/2}}\,dz$$

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 I d}{4\pi}\int_{-L/2}^{L/2}\frac{dz}{(z^2+d^2)^{3/2}} = \frac{\mu_0 I L}{4\pi d\left(\frac{L^2}{4}+d^2\right)^{1/2}}(-\hat{x})$$

b) (1,0 ponto) Para um fio muito longo, tem-se

$$B = \frac{\mu_0 I L}{4\pi d\frac{L}{2}\left[1+\frac{4d^2}{L^2}\right]^{1/2}} = \frac{\mu_0 I}{2\pi d}$$ no limite $L >> d$.

c) (1,0 ponto)



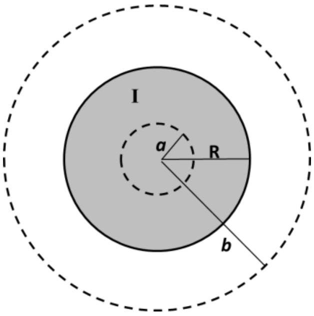

O campo magnético resultante no ponto A será:

$$\vec{B}_R = \vec{B}_1 + \vec{B}_2 = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi(b-y_A)}(\hat{z}) + \frac{\mu_0 I_2}{2\pi(b+y_A)}(\hat{z})$$

**3ª Questão (3,5)**

Parte (I)

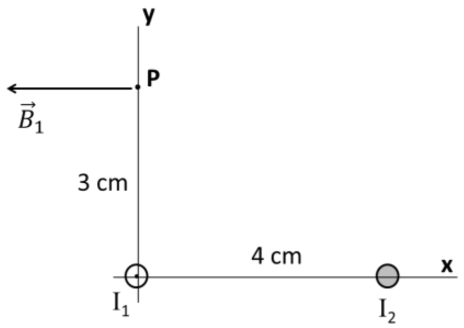
Um fio cilíndrico de raio R = 1 cm transporta uma corrente I = 2 A uniformemente distribuída por sua seção reta e com sentido saindo do papel.




**a)** (**1,5**) Encontre os raios *a* e *b* das espiras amperianas circulares centradas no eixo do fio para as quais o campo magnético gerado pelo fio é dado por: $\vec{B} = (2\, x\, 10^{-5}\; T)\; \hat{\theta}$

Parte (II)

Dois fios retilíneos muito longos transportam correntes paralelas ao longo da direção $\hat{z}$: um deles transporta a corrente $I_1$ = 1,8 A no sentido $+\hat{z}$, e o outro transporta uma corrente $I_2$. Na figura mostram-se o ponto **P**, de coordenadas (0, 3cm, 0), e o campo magnético $\vec{B}_1$ em **P** devido somente ao fio $I_1$.




b) (**1,0**) A fim de que o campo resultante $\vec{B}_P$ no ponto **P** (devido a ambos os fios) possua direção $+\hat{y}$, qual deve ser o sentido e quanto deve valer a corrente $I_2$?

c) (**1,0**) Suponha que o campo resultante no ponto P seja dado por: $\vec{B}_P = (400\; mT)\; \hat{y}$. Um terceiro fio retilíneo e muito longo transportando corrente $I_3$ = 2 A no sentido $-\hat{z}$ é colocado passando por P. Encontre, na unidade N/m, o vetor força por unidade de comprimento $\frac{\vec{F}}{L}$ que o terceiro fio sofre.

**Solução**

(a) Pela simetria da distribuição de corrente, escolhem-se amperianas circulares centradas no eixo do fio. Como o campo gerado possui direção tangencial à amperiana, a Lei de Ampère assume a seguinte forma:

Para b > R, toda a corrente I do fio é envolvida pela amperiana de raio b:

$$B(2\pi b) = \mu_0 I \quad \rightarrow \quad b = \frac{\mu_0 I}{2\pi B} = \frac{4\pi \times 10^{-7} \cdot 2}{2\pi(2 \times 10^{-5})} = 2 \times 10^{-2} \quad \rightarrow \quad \boxed{b = 2\; cm}$$

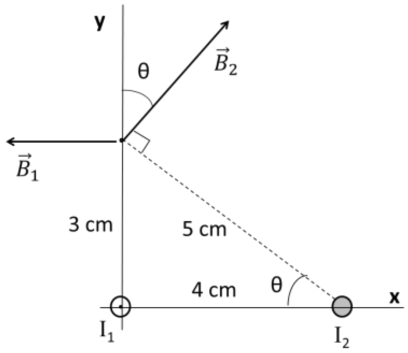
Para a < R, como a corrente é distribuída uniformemente ao longo da seção reta do fio:

$$\frac{i_{env}}{\pi a^2} = \frac{I}{\pi R^2} \quad \rightarrow \quad i_{env} = \frac{Ia^2}{R^2}$$

Aplicando a Lei de Ampère:

$$B(2\pi a) = \mu_0 \frac{Ia^2}{R^2} \quad \rightarrow \quad a = \frac{2\pi B R^2}{\mu_0 I} = \frac{2\pi \cdot 2 \times 10^{-5} \cdot 0{,}01^2}{4\pi \times 10^{-7} \cdot 2} \quad \rightarrow \quad \boxed{a = 0{,}5\ cm}$$

(b)




Precisamos que $I_2$ possua **direção** $(-\hat{z})$, e que:

$$\left|\vec{B}_2 sen\theta\right| = \left|\vec{B}_1\right| \quad \rightarrow \quad \frac{\mu_0 I_2}{2\pi \cdot 0{,}05} \cdot \frac{3}{5} = \frac{\mu_0 I}{2\pi \cdot 0{,}03} \quad \rightarrow \quad \boxed{I_2 = 5\ A}$$

Obs.: Pelo Princípio de superposição, cada amperiana (uma para o cálculo de cada campo) envolve apenas uma das correntes separadamente: a amperiana de raio 5 cm não envolve $I_1$

(c) $$\vec{F} = I_3 \vec{L} \times \vec{B} = I_3 \left[L(-\hat{z}) \times \vec{B}\right] \quad \rightarrow \frac{\vec{F}}{L} = I_3 \left[(-\hat{z}) \times \vec{B}\right] = 2[(-\hat{z}) \times 0{,}4\hat{z}]$$

$$\boxed{\frac{\vec{F}}{L} = 0{,}8\ \hat{x} \left(\frac{N}{m}\right)}$$