PUC RIO

PROVA G3 FIS1051 – 17/11/2014
ELECTROMAGNETISMO

NOME LEGÍVEL:____

ASSINATURA:____

MATRÍCULA: ___________________ **TURMA:**_____________

QUESTÃO	VALOR	GRAU	REVISÃO
1	3,0		
2	3,5		
3	3,5		
TOTAL	10,0		

Instruções Gerais:

1- A duração da prova é de 1h 50min;
2- A tolerância de entrada é de 30 min após o início da prova. Se um aluno terminar a prova em menos de 30min, deverá aguardar em sala antes de entregar a prova e sair de sala;
3- A prova deve ser resolvida apenas nas folhas recebidas e nos espaços reservados para soluções. Não é permitido destacar folhas da prova;
4- A prova é sem consulta a professores, fiscais ou a qualquer tipo de material. A interpretação dos enunciados faz parte da prova;
5- O aluno só poderá realizar a prova e assinar a lista de presença na sua turma/sala;
6- O aluno só poderá manter junto a si: lápis, borracha e caneta. Caso necessário, o fiscal poderá solicitar ajuda a outro aluno e apenas o fiscal repassará o material emprestado;
7- O celular deverá ser desligado.

Instruções Específicas:

1- **Respostas sem justificativa e/ou cálculos explícitos não serão computadas**;
2- **NÃO é permitido o uso de calculadora**;
3- **A prova só poderá ser feita a lápis, caneta azul ou preta.**

Volumes: $\frac{4}{3}\pi R^3$ (Esfera de raio R)

$\pi R^2 L$ (Cilindro de raio R e compr. L)

Superfícies: $4\pi R^2$ (Esfera de raio R)

$2\pi RL$ (Cilindro de raio R e compr. L)

$$\int \frac{xdx}{(a-x)^2} = \frac{a}{a-x} + \ln|a-x|$$

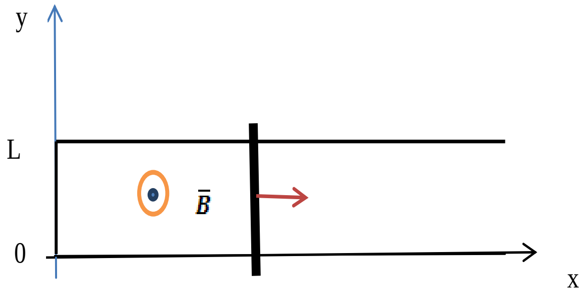
$$\int \frac{dx}{(x^2+a^2)^{3/2}} = \frac{x}{a^2(x^2+a^2)^{1/2}}$$

$$\int \frac{xdx}{(x^2+a^2)^{1/2}} = \sqrt{x^2+a^2}$$

$$\int \frac{xdx}{(x^2+a^2)^{3/2}} = -\frac{1}{(x^2+a^2)^{1/2}}$$

1ª Questão (3,0)

Uma barra de comprimento L e resistência R move-se com velocidade $\vec{v}$ ao longo de trilhos horizontais condutores ideais (sem resistência) e sem atrito, conforme figura ao lado.



a) **(1,5)** Supondo que $\vec{B} = B_0 \exp(-\alpha\, t)\, \hat{z}$ [T], com α > 0, calcule a corrente induzida no circuito e a sua direção se $\vec{v} = v_0\, \hat{x}$ [m/s] e em t = 0 temos x = 0 [m].

b) (**0,5**) Existe algum instante de tempo em que a corrente induzida seja zero? Se sim, qual? (justifique as suas afirmações).

c) (**1,0**) Supondo que $\vec{B} = B_0\, \hat{z}$ [T], calcule a corrente induzida no circuito indicando seu sentido em cada quadrante de $\omega\, t$, isto é, em [0, $\frac{\pi}{2}$]; [$\frac{\pi}{2}$, π]; [π, $\frac{3}{2}\pi$]; [$\frac{3}{2}\pi$, 2π] se a posição da barra é dada por $x = L[1 - \cos(\omega\, t)]$ [m].

SOLUÇÃO

a) A posição da barra será:

$$x = v_0 t \text{ [m]}.$$

O fluxo criado por este campo vale:

$$\varphi_m = \iint \bar{B}.d\bar{S} = BLx$$

A fem induzida será:

$$\epsilon = -\frac{d\varphi_m}{dt} = -\frac{d}{dt}(BLx) = -Lx\frac{\partial B}{\partial t} - BL\frac{dx}{dt}$$

$$\epsilon = -Lv_0tB_0(-\alpha)e^{-\alpha t} - B_0Lv_0e^{-\alpha t} = B_0Lv_0(\alpha t - 1)e^{-\alpha t} \text{ [V]}$$

A corrente induzida será em [A]:

$$i_{ind} = \frac{\epsilon}{R} = \frac{B_0Lv_0}{R}(\alpha t - 1)e^{-\alpha t} \text{ [A] (1.0)}$$

O sentido da corrente será ANTI-HORÁRIO quando $\alpha t - 1 > 0$ e o sentido será HORÁRIO quando $\alpha t - 1 < 0$. (0.5)

b) A corrente induzida será zero em $t = \frac{1}{\alpha}$ [s] . (0.5)

c) Neste caso temos:

$$\varphi_m = \iint \bar{B}.d\bar{S} = BLx$$

$$\epsilon = -\frac{d\varphi_m}{dt} = -B_0 L \frac{dx}{dt} = -B_0 L\omega L sen(\omega t)\ [V]$$

$$i_{ind} = \frac{\epsilon}{R} = -\frac{B_0 L^2 \omega}{R} sen(\omega t)\ [A]\ (0.8)$$

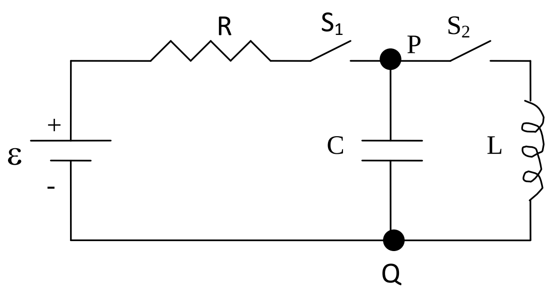
O sentido será: HORÁRIO em $[0, \pi/2]$ e $[\pi/2, \pi]$; ANTI-HORÁRIO em $[\pi, 3\pi/2]$ e $[3\pi/2, 2\pi]$. (0.2)

2ª Questão (3,0)

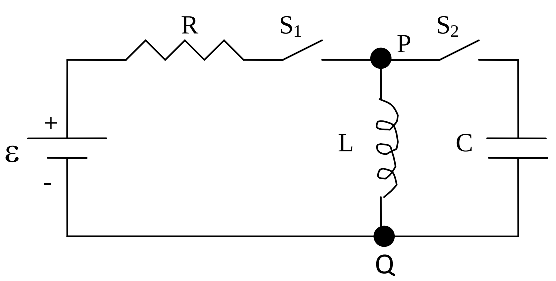
Nos circuitos A e B das figuras tem-se ε = 10 V, R = 10^3 Ω, L = 10^{-2} H e C = 10^{-9} F, sendo que o capacitor e indutor estão inicialmente sem energia. Nestes circuitos também ocorrem as seguintes fases sucessivas:

Fase 1 : chave S_1 fechada e S_2 aberta durante longo tempo

Fase 2 : chave S_1 aberta e S_2 fechada durante longo tempo



Circuito A



Circuito B

Com os dados a sua disposição:

a) (**1,0**) Escreva a expressão da d.d.p. (V_P–V_Q) em função do tempo no <u>circuito A</u> durante a Fase 2. Esboce também o seu gráfico nas fases 1 e 2, indicando o valor no início da Fase 1 e no início da Fase 2.

b) (**1,0**) Escreva a expressão da d.d.p. (V_P–V_Q) em função do tempo no <u>circuito B</u> durante a fase 2. Esboce também o seu gráfico nas fases 1 e 2, indicando o valor no início da Fase 1 e no início da Fase 2.

c) (**1,5**) Imagine agora que o indutor no <u>circuito A</u> seja substituído por outro com o mesmo valor de L mas cujo fio das espiras tem uma resistência total de 10 Ω. Escreva neste caso a expressão da d.d.p. ($V_P – V_Q$) em função do tempo durante a Fase 2. Faça um esboço de seu gráfico na Fase 2.

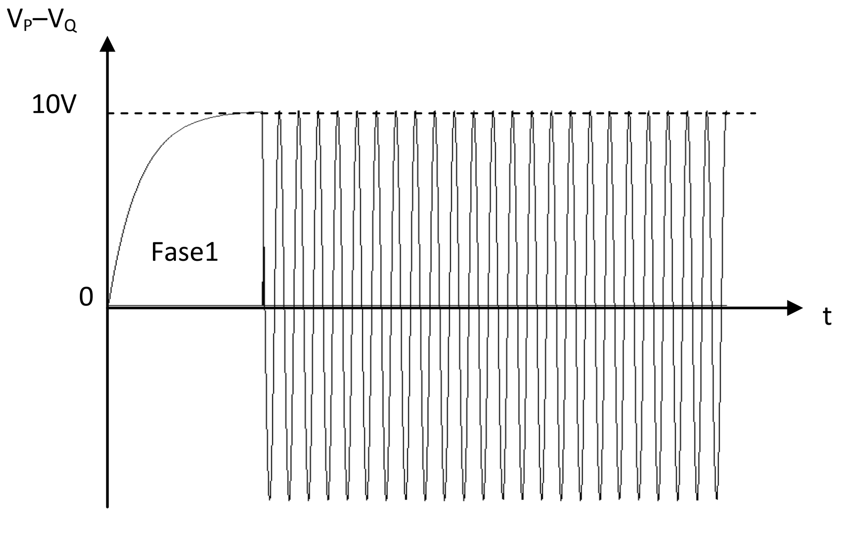
SOLUÇÃO

a) Fase 2 : oscilação livre por capacitor energizado
Fase 1:circuito RC de carregamento de C

Final da fase 1 : q = q_{Max} = ε C ;

fase 2: $q(t) = q_{max}\cos(\omega_0 t) \Rightarrow$ **$V_P – V_Q$ (t)** = q(t)/C = ε cos(ω_0 t) = **10 cos(ω_0 t) V**

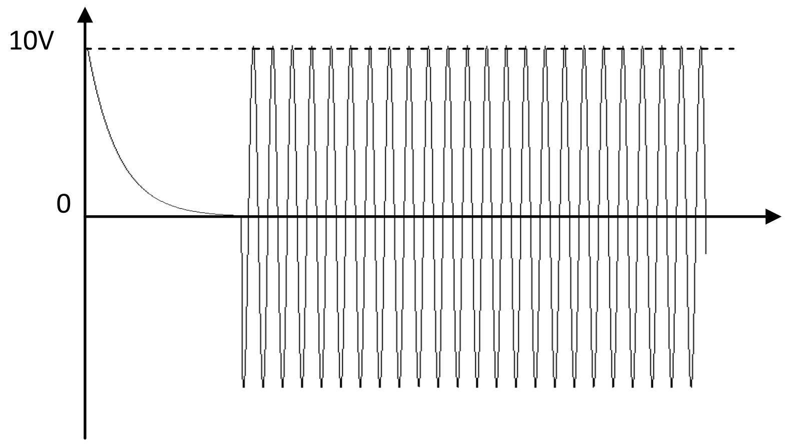
$\omega_0 = 1/\sqrt{LC} = 10^5\sqrt{10}\,rad/s$



b) Fase 2 : oscilação livre por indutor energizado
Fase 1:circuito RL de energização de L

Final da fase 1 : i = i_{Max} = ε /R ;

fase 2: $i(t) = i_{max}\cos(\omega_0 t) \Rightarrow$ **$V_P – V_Q$ (t)** = L di/dt = $-10\sqrt{10}sen(\omega_0 t)$
$\omega_0 = 1/\sqrt{LC} = 10^5\sqrt{10}\,rad/s$

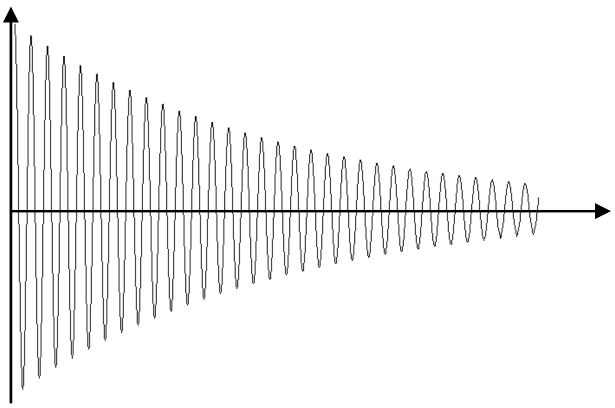


c) Fase 2 : oscilação amortecida $\Rightarrow$ $q(t) = q_{\max} e^{-\gamma t} \cos(\omega' t - \Phi)$

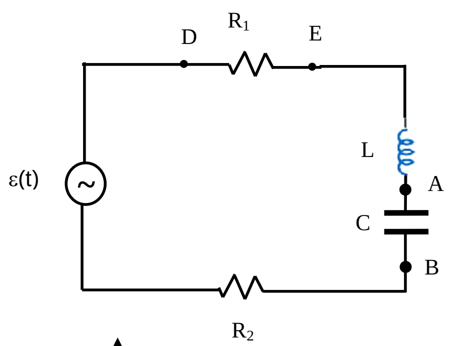
γ = R / 2L = 10/0,02 = 500 s^{-1}

$\gamma \ll \omega_0 \Rightarrow$ $\omega' \cong \omega_0$ e $\Phi \cong 0$; $\omega_0 = 1/\sqrt{LC} = 10^5\sqrt{10}\, rad/s$

$V_P - V_Q$ (t) = q(t)/C = $\varepsilon e^{-\gamma t}\cos(\omega' t - \Phi)$ = **10 $e^{-500\,t}$ cos(ω_0 t) V**

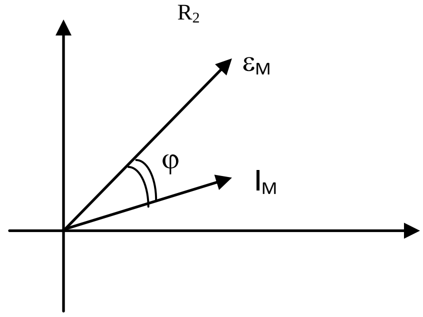


3ª Questão (3,5)



No circuito de corrente alternada ao lado sabe-se que o valor quadrático médio da diferença de potencial V_{DEqm} = 1 V. Além disso, sabe-se que a amplitude da d.d.p. entre os pontos A e B é dada por: $V_{ABM} = 2\sqrt{2}$. São conhecidos também os valores dos seguintes componentes:

R_1 = 10
L = 1 mH
ε(t) = 3 sen (ωt)
ω = 2000 rad/s



a) (**1,0**) Considerando o diagrama de fasores do circuito (ao lado) e sabendo que $\varphi = \pi/4$ escreva a expressão de $V_{AB}(t)$.

b) (**1.0**) Determine o valor da capacitância C.

c) (**0,5**) Determine o valor do resistor R_2.

d) (**0,5**) Pelo gráfico dos fasores o circuito não está em ressonância. Para que isso aconteça é preciso aumentar ou diminuir o valor de ω ? Justifique as suas afirmações.

e) (**0,5**) Uma vez estabelecida a ressonância no circuito, qual serão os novos valores das amplitudes de V_{AB} e V_{DE} ?

SOLUÇÃO

a) Considerando o diagrama de fasores e sabendo que $V_{AB_M} = 2\sqrt{2}$ e $\varphi = \pi/4$, podemos escrever:

$$V_{AB}(t) = V_{AB_M}\,\text{sen}\left(\omega t - \varphi - \pi/2\right)$$

$$\boxed{V_{AB}(t) = 2\sqrt{2}\,\text{sen}\left(\omega t - \frac{\pi}{4} - \pi/2\right) = 2\sqrt{2}\,\text{sen}\left(\omega t - \frac{3}{4}\pi\right)}$$

b) Sabemos que: $V_{DE_{qm}} = 1\ V$ (valor quadrático médio)

$$V_{qm} = \frac{V_M}{\sqrt{2}} \Rightarrow V_{DE_M} = V_{DE_{qm}}\sqrt{2} = \sqrt{2}\ V$$

mas: $V_{DE_M} = R_1 I_M \Rightarrow I_M = \dfrac{V_{DE_M}}{R_1} = \dfrac{\sqrt{2}}{10}\ A$

Além disso: $V_{AB_M} = 2\sqrt{2} = I_M X_C$

$$V_{AB_M} = \cancel{2\sqrt{2}} = \frac{\cancel{\sqrt{2}}}{10}\,\frac{1}{\omega C} \Rightarrow \frac{1}{\omega C} = 20$$

$$\Rightarrow \boxed{C = \frac{1}{20 \cdot 2000} = 25\,\mu F}$$

c) R_1 e R_2 estão em série.
Pelo diagrama de fasores:

$$V_{R_M} = \mathcal{E}_M \cos\varphi = 3\cos\frac{\pi}{4} = 3\frac{\sqrt{2}}{2}$$

mas $V_{R_M} = (R_1+R_2)I_M \Rightarrow \boxed{(R_1+R_2) = \frac{V_{R_M}}{I_M}}$

$$R_1 + R_2 = \frac{3\sqrt{2}}{2}\cdot\frac{10^5}{\sqrt{2}} = 15\ \Omega$$

$$\Rightarrow R_2 = 15 - R_1 = 15 - 10$$

$$\boxed{R_2 = 5\Omega}$$

d) Pelos dados do problema:

$$X_L = \omega L = 2000\cdot 10^{-3} = 2\ \Omega$$

$$X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{2000 . 25 \cdot 10^{-6}} = 20\ \Omega$$

Portanto, o circuito tem comportamento capacitivo ($X_C > X_L$). Para atingir a ressonância é necessário então aumentar ω de forma que o peso de X_L aumente.

e) Uma vez estabelecida a ressonância, a corrente no circuito será máxima:

$$I_M' = \frac{\mathcal{E}_M}{R_1+R_2} = \frac{3}{15} = 0,2\ \text{A}$$

A freq. de ressonância será:

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} = \frac{1}{\sqrt{10^{-3}\cdot 25\cdot 10^{-6}}} = \frac{1}{5\sqrt{10^{-9}}} = 2\sqrt{10}\cdot 10^3\ \text{rad/s}$$

$$\Rightarrow \boxed{V_{DE_M}' = R_1 \cdot I_M' = 10\cdot 0,2 = 2\ V}$$

$$V_{AB_M}' = I_M' \cdot X_C' = 0,2\cdot\frac{1}{\omega_0 C} = 0,2\ \frac{1}{2\sqrt{10}\cdot 10^3 \cdot 25\cdot 10^{-6}}$$

$$\boxed{V_{AB_M}' = \frac{4}{\sqrt{10}}\ V}$$