

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA  
CICLO BÁSICO DO CTC

PUC-RIO

MAT1157 – Cálculo a uma Variável A

T1 26 março de 2013

(versão I)

Início: 17:00 Término: 18:50

Nome: \_\_\_\_\_

Matrícula: \_\_\_\_\_ Turma: \_\_\_\_\_

| Questão        | Valor | Grau | Revisão |
|----------------|-------|------|---------|
| 1 <sup>a</sup> | 0,5   |      |         |
| 2 <sup>a</sup> | 0,5   |      |         |
| 3 <sup>a</sup> | 0,5   |      |         |
| 4 <sup>a</sup> | 0,2   |      |         |
| 5 <sup>a</sup> | 0,5   |      |         |
| 6 <sup>a</sup> | 0,8   |      |         |
| Total          | 3,0   |      |         |

- É proibido manter celular ligado na sala de provas; não é permitido usar calculadora; não é permitido sair da sala durante a prova a não ser quando for entregá-la após decorridos os primeiros trinta minutos iniciais. Mantenha a prova grampeada; você pode fazer a prova a lápis mas dê a resposta a caneta. **É proibido escrever nas mesas.**
- Ao resolver as questões esteja atento para os seguintes aspectos:
  - O plano geral da resolução deve estar claro.
  - As justificativas da resolução precisam ser fornecidas; respostas não justificadas não serão consideradas.
  - Explícite suas respostas. Questões sem as devidas respostas não serão consideradas.

1. Considere  $N = 1 - \frac{x+2}{2x} + \left(\frac{8x}{9}\right)^{(-1/3)}$ . Sabendo que  $x = 1/3$ , calcule o valor de  $N$  efetuando todas as contas.

2. Determine todos os valores de  $x$  para os quais

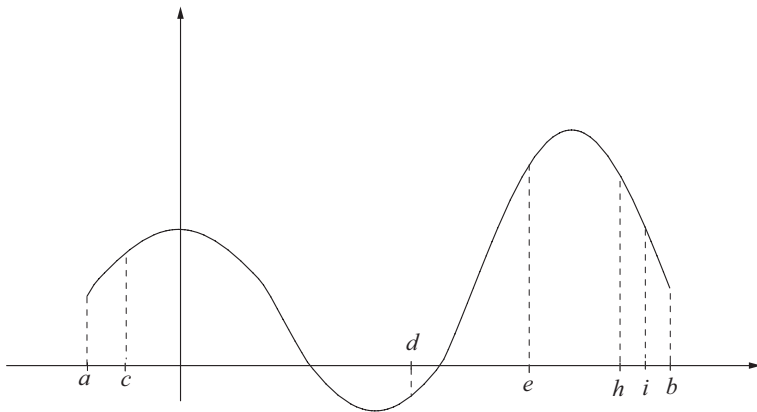
(a) 
$$\frac{x^4 + x^3 - 2x^2}{x-1} = 0$$

(b) 
$$\frac{x^3 + x^2}{1-x} < 0$$

3. Dê uma sequência  $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$  tal que  $a_n \in (15,92; 16) \forall n \in \mathbb{N}$  (ou seja, cada termo  $a_n$  deve ser um número entre 15,92 e 16).

4. Seja  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  a função dada por  $f(x) = -x^2 + 13$ . Considere um retângulo com um vértice na origem, um vértice sobre o eixo  $y$  positivo, um vértice sobre o eixo  $x$  positivo, digamos em  $(x, 0)$ , e o quarto vértice sobre o gráfico da função  $f$ . Seja  $A$  a função que fornece a área do retângulo em termos de  $x$ . Dê o domínio da função,  $A$ , que fornece a área do retângulo em termos de  $x$ .

5. Seja  $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$  a função dada pelo gráfico abaixo.



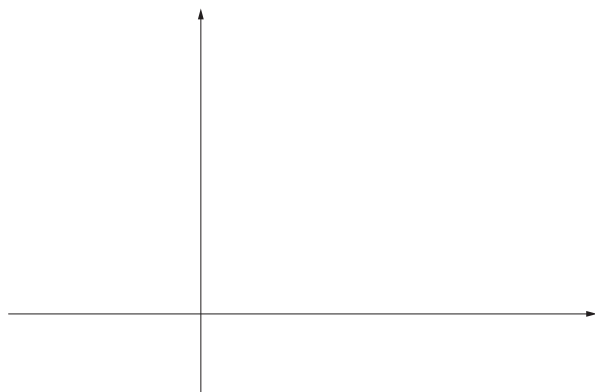
Seja  $g$  uma função com as seguintes propriedades:

- (i)  $\text{Dom}(g) = \text{Dom}(f)$ ;
- (ii)  $g(x) - f(x) \geq 0$  se e somente se  $x \in [c, e] \cup [i, b]$ ;
- (iii)  $g$  é decrescente no intervalo  $[d, h]$ .

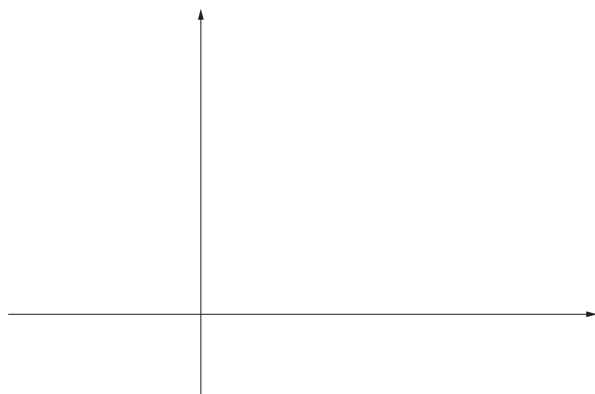
Acima, esboce um possível gráfico para  $g$  no mesmo sistema de coordenadas que está o gráfico de  $f$ .

6. Represente, no plano cartesiano, cada conjunto:

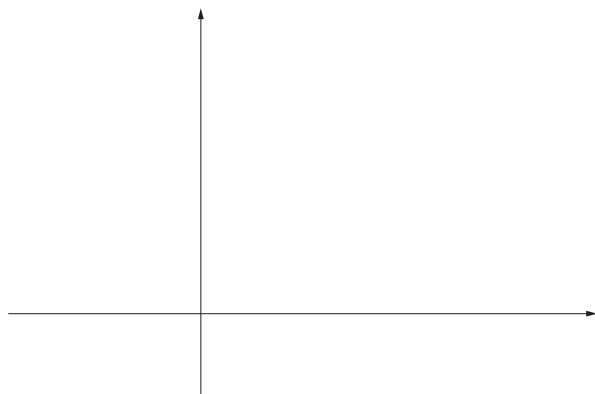
(a)  $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid y = -x^2 + 15 \text{ e } -3 \leq x \leq 3\}$



(b)  $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 \leq 9 \text{ e } y \leq x \text{ e } x \geq 0\}$



(c)  $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x = y^2 \text{ e } x > 2\}$



DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA  
CICLO BÁSICO DO CTC

PUC-RIO

MAT1157 – Cálculo a uma Variável A

T1 26 março de 2013

(versão II)

Início: 17:00 Término: 18:50

Nome: \_\_\_\_\_

Matrícula: \_\_\_\_\_ Turma: \_\_\_\_\_

| Questão        | Valor | Grau | Revisão |
|----------------|-------|------|---------|
| 1 <sup>a</sup> | 0,5   |      |         |
| 2 <sup>a</sup> | 0,5   |      |         |
| 3 <sup>a</sup> | 0,5   |      |         |
| 4 <sup>a</sup> | 0,2   |      |         |
| 5 <sup>a</sup> | 0,5   |      |         |
| 6 <sup>a</sup> | 0,8   |      |         |
| Total          | 3,0   |      |         |

- É proibido manter celular ligado na sala de provas; não é permitido usar calculadora; não é permitido sair da sala durante a prova a não ser quando for entregá-la após decorridos os primeiros trinta minutos iniciais. Mantenha a prova grampeada; você pode fazer a prova a lápis mas dê a resposta a caneta. **É proibido escrever nas mesas.**
- Ao resolver as questões esteja atento para os seguintes aspectos:
  - O plano geral da resolução deve estar claro.
  - As justificativas da resolução precisam ser fornecidas; respostas não justificadas não serão consideradas.
  - Explícite suas respostas. Questões sem as devidas respostas não serão consideradas.

1. Considere  $N = 2 - \frac{x+2}{2x} + \left(\frac{8x}{9}\right)^{(-1/3)}$ . Sabendo que  $x = 1/3$ , calcule o valor de  $N$  efetuando todas as contas.

2. Determine todos os valores de  $x$  para os quais

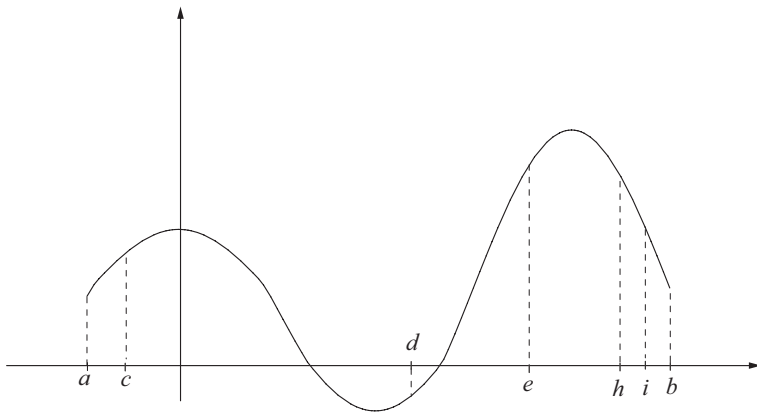
(a)  $\frac{x^4 + x^3 - 2x^2}{x+2} = 0$

(b)  $\frac{x^3 + 2x^2}{2-x} < 0$

3. Dê uma sequência  $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$  tal que  $a_n \in (13,92; 14) \forall n \in \mathbb{N}$  (ou seja, cada termo  $a_n$  deve ser um número entre 13,92 e 14).

4. Seja  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  a função dada por  $f(x) = -x^2 + 11$ . Considere um retângulo com um vértice na origem, um vértice sobre o eixo  $y$  positivo, um vértice sobre o eixo  $x$  positivo, digamos em  $(x, 0)$ , e o quarto vértice sobre o gráfico da função  $f$ . Seja  $A$  a função que fornece a área do retângulo em termos de  $x$ . Dê o domínio da função,  $A$ , que fornece a área do retângulo em termos de  $x$ .

5. Seja  $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$  a função dada pelo gráfico abaixo.



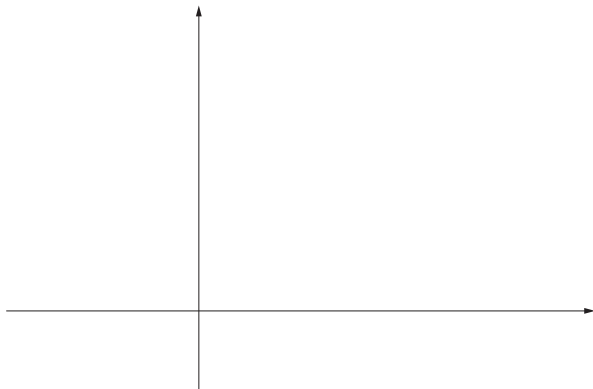
Seja  $g$  uma função com as seguintes propriedades:

- (i)  $\text{Dom}(g) = \text{Dom}(f)$ ;
- (ii)  $g(x) - f(x) \geq 0$  se e somente se  $x \in [a, c] \cup [e, i]$ ;
- (iii)  $g$  é crescente no intervalo  $[d, h]$ .

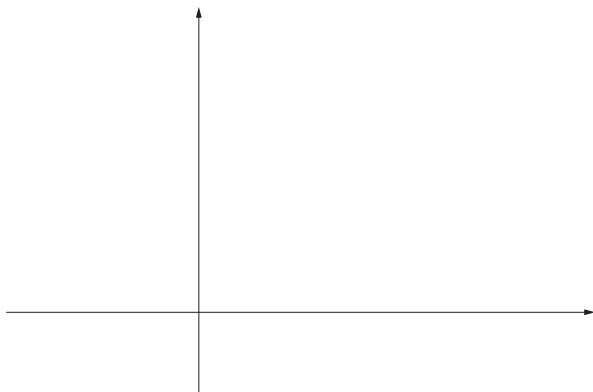
Acima, esboce um possível gráfico para  $g$  no mesmo sistema de coordenadas que está o gráfico de  $f$ .

6. Represente, no plano cartesiano, cada conjunto:

(a)  $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid y = x^2 - 15 \text{ e } -3 \leq x \leq 3\}$



(b)  $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 \leq 9 \text{ e } x \leq y \text{ e } y \geq 0\}$



(c)  $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x = y^2 \text{ e } x < 8\}$

