P4 de Álgebra Linear II
Data: 29 de Novembro de 2011

Nome:______________________________ Matrícula:__________

Assinatura:__________________________ Turma:__________

Questão	Valor	Nota	Revisão
1	1.0		
2.a	0.5		
2.b	1.0		
2.c	1.0		
3.a	0.5		
3.b	1.0		
3.c	0.5		
4.a	0.5		
4.b	0.5		
4.c	0.5		
Prova	7.0		
Teste	3.0		
Total	10.0		

Instruções

- A prova pode ser resolvida a lápis ou a caneta.
- Todas as respostas devem ser justificadas. Não serão aceitas respostas sem que TODOS os cálculos e desenvolvimento sejam escritos na prova.
- Mantenha o seu telefone celular desligado durante toda a prova.
- Não destaque as folhas da prova e responda cada questão no espaço destinado a ela.

ATENÇÃO

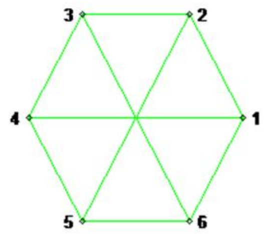
Se você está fazendo esta prova para tentar aumentar sua nota, escreva aqui se é para corrigí-la ou não. Se sua prova for corrigida, a nota será lançada independente do grau obtido. Se não houver nada escrito, sua prova também será corrigida

1. Considere a matriz A abaixo

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 4 & 1 \\ 1 & 3 & 3 & 4 \end{pmatrix}$$

Diga se existe uma fatoração LU (isto é, se existem matrizes L e U, onde L é triangular inferior e os elementos da diagonal principal são todos 1 e U é triangular superior com $A = LU$). Se existir, encontre-a. Se não existir, demonstre este fato, encontre uma matriz de permutação P tal que PA admita uma fatoração LU e encontre as matrizes L e U.

2. Considere o grafo G conexo, não orientado representado na figura abaixo.



   (a) Escreva M, a matriz de adjacência de G.
   (b) Determine os autovalores de M e suas multiplicidades algébricas.
   (c) Encontre uma fórmula que dependa só de n para o número de caminhos de comprimento n do vértice (1) ao vértice (6)

3. Seja a transformação linear $M : \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^3$ cuja matriz é dada abaixo.

$$M = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 & 1 \\ 0 & 2 & 2 & 2 \\ 1 & 4 & 5 & 4 \end{pmatrix}$$

(a) Determine uma base para o núcleo de M.

(b) Determine uma base e a(s) equação(ões) para a imagem de M.

(c) Encontre todas as soluções, caso existam, de $M(w) = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$.

4. Seja $V \subset \mathbb{R}^4$ o subespaço gerado pelos vetores $\overrightarrow{v_1} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$ e $\overrightarrow{v_2} = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$.

(a) Encontre uma base ortonormal para V.

(b) Encontre uma base ortonormal para $V^{\perp}$.

(c) Encontre o vetor $\overrightarrow{u}$ de V mais próximo de $\overrightarrow{w} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$.