P4 de Álgebra Linear II

Data: 30 de Junho de 2011

Nome:____ Matrícula:____________

Assinatura:____________________________________ Turma:____________

Questão	Valor	Nota	Revisão
1a	0.5		
1b	0.5		
1c	0.5		
1d	0.5		
2	1.0		
3a	1.0		
3b	1.0		
4	1.5		
Prova	6.5		
Teste	3.5		
Total	10.0		

Instruções

- A prova pode ser resolvida a lápis ou a caneta.
- Todas as respostas devem ser justificadas. Não serão aceitas respostas sem que TODOS os cálculos e desenvolvimento sejam escritos na prova.
- Mantenha o seu telefone celular desligado durante toda a prova.
- Não destaque as folhas da prova e responda cada questão no espaço destinado a ela.

ATENÇÃO

Se você está fazendo esta prova para tentar aumentar sua nota, escreva aqui se é para corrigi-la ou não. Se sua prova for corrigida, a nota será lançada independente do grau obtido. Se não houver nada escrito, sua prova também será corrigida

1. Seja a transformação linear $M : \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^3$. Considere o vetor $b = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{bmatrix}$.

   Após o escalonamento da matriz aumentada $[M|b]$ obteve-se a seguinte matriz:

$$[M|b] \sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 & 1 & b_1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & b_2 - b_1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2b_1 - 3b_2 + b_3 \end{pmatrix}$$

   (a) Determine uma base para o núcleo de M.

   (b) Determine a dimensão da imagem de M.

   (c) Determine a equação cartesiana para a imagem de M.

   (d) Encontre todas as soluções, caso existam, de $M(w) = \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ 2 \end{bmatrix}$.

2. Considere a matriz A abaixo

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}$$

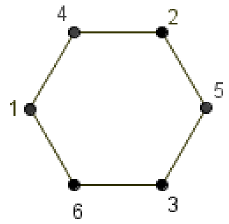
Diga se existe uma fatoração LU (isto é, se existem matrizes L e U, onde L é triangular inferior e os elementos da diagonal principal são todos 1 e U é triangular superior com $A = LU$). Se existir, encontre-a. Se não existir, demonstre este fato, encontre uma matriz de permutação P tal que PA admita uma fatoração LU e encontre as matrizes L e U.

3. Seja $V \subset \mathbb{R}^4$ o subespaço gerado pelos vetores $v_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$ e $v_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix}$.

   (a) Encontre uma base ortonormal para V.

   (b) Encontre o elemento de V mais próximo de $w = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$.

4. Considere o grafo G conexo, não orientado representado na figura abaixo.



Seja $f(n)$ o número de caminhos de comprimento n começando e terminando no vértice 1. Calcule $f(12)$ e $f(13)$.