

P4 de Álgebra Linear 2  
MAT 1202 — 2010.2  
Data: 7 de dezembro de 2010

Nome: \_\_\_\_\_ Matrícula: \_\_\_\_\_  
Assinatura: \_\_\_\_\_ Turma: \_\_\_\_\_

Questão	Valor	Nota	Revisão
1	1.5		
2a	1.0		
2b	1.0		
3	1.5		
4a	0.5		
4b	0.5		
4c	0.5		
Prova	6.5		
Teste	3.5		
Nota final	10.0		

## Instruções

- Mantenha seu celular desligado durante toda a prova.
- Não é permitido usar nenhum tipo de calculadora.
- Não destaque as folhas da prova.
- A prova pode ser resolvida a lápis, caneta azul ou preta. Não use caneta vermelha ou verde.
- Você **não** tem o direito de consultar anotações.
- Todas as respostas devem ser justificadas.

1. Seja

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 5 \\ 1 & 1 & 5 & 1 \\ 1 & 5 & 1 & 1 \\ 5 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

Diga se existe uma fatoração  $LU$  (isto , se existem matrizes  $L$  e  $U$ ,  $L$  triangular inferior com diagonal 1 e  $U$  triangular superior, com  $A = LU$ ). Se existir, encontre-a. Se não existir, demonstre este fato, encontre uma matriz de permutação  $P$  tal que  $PA$  admita uma fatoração  $LU$  e encontre estas matrizes  $L$  e  $U$ .

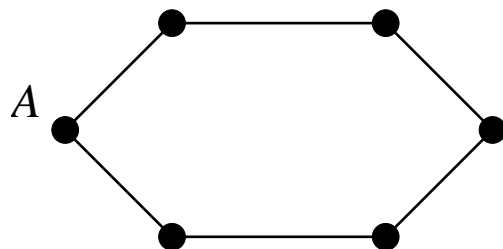
2. Seja

$$B = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Seja  $V \subset \mathbb{R}^5$  o núcleo de  $B$ .

- (a) Encontre uma base ortonormal para  $V$ .
- (b) Encontre o elemento de  $V$  mais próximo de  $w = (2, 3, 5, 7, 11)$ .

3. Considere um grafo em forma de hexágono, conforme a figura.



Seja  $f(n)$  o número de caminhos de comprimento  $n$  começando e terminando no vértice  $A$ . Calcule  $f(12)$  e  $f(13)$ .

4. Diga se cada uma das afirmações abaixo é verdadeira ou falsa. Justifique brevemente.

(a) A matriz

$$R = \begin{pmatrix} 3 & 5 \\ -2 & -3 \end{pmatrix}$$

é ortogonal.

(b) Seja  $A$  uma matriz real quadrada. Se  $A^3 = 0$  então  $A^2 = 0$ .

- (c) Existem exatamente duas matrizes reais quadradas  $X \in \mathbb{R}^{2 \times 2}$  satisfazendo  $X^2 = -I$ .