

P3 de Álgebra Linear II — 09.2

Data: 3 de Dezembro de 2009

Nome: _____ Matrícula: _____

Assinatura: _____ Turma: _____

Questão	Valor	Nota	Revisão
1.a	0.5		
1.b	0.5		
1.c	0.5		
1.d	0.5		
2.a	1.0		
2.b	1.0		
3.a	1.0		
3.b	1.0		
Teste	4.0		
Total	10.0		

Instruções

- Não é permitido usar calculadora.
- A prova pode ser resolvida a lápis ou a caneta.
- Todas as respostas devem ser justificadas.

1. Uma determinada população de mafagafos, que vive 15 anos, foi dividida em 3 faixas etárias. Suponha que o percentual de fêmeas na faixa etária i que morre é ρ_i , para $\{i = 1, 2\}$ e que as fêmeas da faixa etária i geram α_i , para $\{i = 1, 2, 3\}$, filhotes fêmeas. Denote o vetor da população no tempo t por

$$p(t) = [f_1(t), f_2(t), f_3(t)].$$

Onde $f_i(t)$ é o número de fêmeas da faixa etária i no tempo t

- Determine a matriz L que relaciona os vetores $p(t + 5)$ com $p(t)$.
- Considere que num certo instante existiam $p_0 = [0, 100, 0]$ fêmeas. Determine uma expressão em termos $\rho_1, \rho_2, \alpha_1, \alpha_2$, e α_3 que permita calcular o número total de mafagafos que viveram em 15 anos, a partir deste tempo inicial.
- Sabendo que a matriz L tem autovalores $\{1.394, -1.073, -0.320\}$. Diga o que deve acontecer com a população, em termos de crescimento, após muito tempo.
- Sabendo que uma matriz L_1 tem autovalores $\{-0.34, -0.87, 1.23\}$ e respectivos autovetores $\{(1, 1, 1), (-1, 2, -3), (3, 6, 9)\}$. Diga como se distribuirá percentualmente a população nas três faixas etárias após muito tempo.

2. Diga se as afirmações abaixo são verdadeiras ou falsas. Caso falso exiba um contra-exemplo. Caso verdadeiro, exiba uma justificativa sucinta correta. Respostas sem justificativa não serão aceitas.
- (a) Se a dimensão da imagem de A , uma matriz $n \times n$, é menor do que n então A possui um autovalor igual a zero.
- (b) Considere a matriz B abaixo

$$B = \begin{pmatrix} c & 0 & 0 \\ 0 & a & -b \\ 0 & b & a \end{pmatrix}$$

Se B é ortogonal então $c = 1$.

3. Considere as matrizes abaixo:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -1 & -2 \end{pmatrix}$$

- (a) Calcule e^A
- (b) Calcule B^{2n} e B^{2n+1}