

**P3 - Álgebra Linear II**  
**28/11/2007**

Nome: \_\_\_\_\_

Matrícula: \_\_\_\_\_

Assinatura: \_\_\_\_\_

Questão	Valor	Nota	Revisão
1.a	1.0		
1.b	1.0		
1.c	1.0		
1.d	1.0		
2.a	1.5		
2.b	1.5		
Teste	3.0		
Total	10.0		

**Instruções**

1. É permitido usar calculadora simples. Não é permitido usar computador, calculadora programável ou gráfica.
2. A prova pode ser resolvida a lápis ou a caneta.
3. Todas as respostas devem ser justificadas.
4. Mantenha o seu telefone celular desligado durante toda a prova.
5. Não destaque as folhas da prova e responda cada questão no espaço destinado a ela.

### 1ª questão

Lembram do Fulano da Silva? Pois é, o coitado se meteu em outro labirinto! Neste ele pode ir da sala azul para as salas branca, rosa ou vermelha. Da sala rosa ele pode ir para a vermelha e para a branca. Da vermelha ele também pode ir para a branca. Ele sempre pode utilizar o caminho contrário. Ele não tem preferência por ir para nenhuma das salas e sempre é obrigado a mudar da sala que está toda vez que toca uma campainha. Considere para efeito de contas que o Sr. Fulano vai de uma sala a outra adjacente em 1 passo (Sr. Fulano tem passo de gigante, como vocês já sabem!).

- a. Desenhe o grafo que representa o labirinto e escreva sua matriz de adjacência,  $M$ .
- b. Quais são os autovalores de  $M$  e suas multiplicidades algébricas.
- c. Determine uma fórmula, não recursiva e que dependa somente de  $n$ , para calcular o número de caminhos, de  $n$  passos (isto é após  $n$  toques de campainha) em que Fulano da Silva começa na sala azul e para ela retorna no passo  $n$ .
- d. Determine uma fórmula, não recursiva e que dependa somente de  $n$ , para calcular o número de caminhos, de  $n$  passos (isto é após  $n$  toques de campainha) em que fulano da silva sai da sala azul e termina na sala vermelha.

2ª questão

Seja a matriz:

$$B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

- a. Encontre uma matriz  $P$ , ortogonal, tal que  $P^t B P$  seja a matriz

$$D = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

- b. Quais são os autovalores e autovetores da matriz  $B^5 - 4B^3 + I$ ? Justifique.