

1. Considere a seguinte afirmação: sejam $\mathbf{v}_1, \dots, \mathbf{v}_k, \mathbf{w}_1, \dots, \mathbf{w}_s \in \mathbb{R}^n$. Então

$$\langle \mathbf{v}_1, \dots, \mathbf{v}_k \rangle \cap \langle \mathbf{w}_1, \dots, \mathbf{w}_s \rangle = \emptyset.$$

Indique a alternativa correta e justifique:

- (a) A afirmação é sempre verdadeira: nunca há elemento(s) em comum entre esses dois espaços gerados;
- (b) A afirmação é sempre falsa: sempre há elemento(s) em comum entre esses dois espaços gerados;
- (c) Existem casos em que a afirmação é verdadeira e casos em que ela é falsa.

2. Parametrize a intersecção

$$\langle (1, 1, 0), (1, -1, 0) \rangle \cap \langle (-1, -1, -1), (1, 1, -1) \rangle.$$

Tal intersecção é um ponto, uma reta ou um plano de \mathbb{R}^3 ?

3. Considere a seguinte afirmação: suponha que $\mathbf{v}_1, \dots, \mathbf{v}_k \in \mathbb{R}^n$ são vetores *não nulos* e que todas as retas geradas por eles se encontram apenas no ponto $(0, \dots, 0)$. Então $\mathbf{v}_1, \dots, \mathbf{v}_k$ são linearmente independentes.

Mostre que essa afirmação é sempre verdadeira para $k = 2$, ou seja, tomando apenas dois vetores de \mathbb{R}^n . Essa afirmação é sempre verdadeira para $k > 2$? Se sim, prove-a. Se não, exiba um contra-exemplo e justifique.

4. Encontre a intersecção da reta $r = \{(0, 0, 1) + t(1, 1, -1); t \in \mathbb{R}\}$ com o espaço gerado pelos vetores $(3, 0, 3)$ e $(0, 3, 3)$ de \mathbb{R}^3 .