PUC-RIO – CB-CTC

P3 DE ELETROMAGNETISMO – 27.05.14 – terça-feira

Nome :____

Assinatura: ____

Matrícula:______________________________________Turma:_______________

<u>NÃO SERÃO ACEITAS RESPOSTAS SEM JUSTIFICATIVAS E CÁLCULOS EXPLÍCITOS.</u>

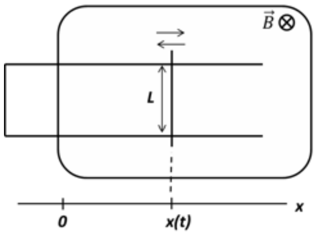
<u>Não é permitido destacar folhas da prova</u>

Questão	**Valor**	**Grau**	**Revisão**
1ª Questão	3,0		
2ª Questão	3,5		
3ª Questão	3,5		
Total	10,0		

<u>A prova só poderá ser feita a lápis, caneta azul ou preta e NÃO é permitido o uso de calculadoras eletrônicas.</u>

1ª Questão: (3,0)

Uma barra condutora de comprimento *L = 40 cm* é apoiada sobre trilhos condutores fixos e indeformáveis, definindo um circuito retangular, mostrado na figura. A resistência equivalente do circuito é constante e vale *R = 0,002 Ω*. Parte da superfície deste circuito é penetrada perpendicularmente por um campo magnético constante e uniforme de módulo *B = 0,2 T*, entrando na página.



Por um mecanismo não mostrado na figura, a barra é forçada a oscilar, de modo que sua posição descreve um MHS (movimento harmônico simples), com equação dada por:

$$x(t) = 100 + 10\cos\left(\frac{\pi}{10}t\right) \quad [cm, s]$$

a) (1,0) Calcule a *fem* induzida no circuito como uma função do tempo, $\varepsilon_{ind}(t)$.

b) (1,0) Calcule o valor máximo da corrente induzida, $i_{máx}$. Em seguida, para o primeiro período completo de oscilação da barra ($0 < t < T$), encontre o(s) intervalo(s) de tempo em que a corrente induzida possui sentido horário e o(s) intervalo(s) em que ela possui sentido anti-horário.

c) (1,0) Em uma nova situação, a barra é deixada em repouso na posição $x = 100\ cm$ e o campo magnético, sem mudar sua orientação, varia no tempo de acordo com a função:

$$B(t) = 0,3\, e^{-10t} \quad [T, s]$$

Encontre o valor máximo da corrente induzida e responda se seu sentido é horário ou anti-horário.

SOLUÇÃO

a) (1,0 pto)

$$\varepsilon_{ind}(t) = -\frac{d\emptyset}{dt} = -\frac{d}{dt}\left(\int B\ dA\ cos\theta\right) = -\frac{d}{dt}\left(B\ cos0 \int dA\right)$$

$$= -\frac{d}{dt}\left(B\ \cdot 1 \int Ldx\right) = -\frac{d}{dt}(B\ L\ x) = -BL\frac{dx}{dt}$$

Na terceira igualdade acima, fizemos o vetor área paralelo ao campo. Substituindo os valores e atentando para a <u>conversão de unidades</u>:

$$\varepsilon_{ind}(t) = +0,2 \cdot 0,4 \cdot 0,1 \cdot \frac{\pi}{10} \cdot \text{sen}\left(\frac{\pi}{10}t\right) \quad \rightarrow \quad \boxed{\varepsilon_{ind}(t) = 8\pi\ \times\ 10^{-4}\ sen\left(\frac{\pi}{10}t\right) \quad [V]}$$

<u>OBSERVAÇÃO</u>: o aluno que não atentou para a conversão de unidades foi penalizado em 0,1 ou 0,2 ou 0,3 ou até 0,4 pontos, conforme o caso, o mesmo ocorrendo nos itens seguintes.

b) (1,0)

$$i(t) = \frac{\varepsilon_{ind}(t)}{R} \quad \rightarrow \quad i_{max} = \frac{\varepsilon_{ind}^{max}}{R} = \frac{8\pi\ \times\ 10^{-4}}{2\ \times\ 10^{-3}} \quad \rightarrow \quad \boxed{i_{max} = 0,4\,\pi\ \cong 1,26\ A}$$

A corrente como função do tempo é dada por:

$$i(t) = 0{,}4\pi \; sen\left(\frac{\pi}{10}t\right) \quad [A]$$

cujo período é T = 2π/(π/10) = 20s. Esta função assume valores positivos para 0 < t < 10s e negativos para 10s < t < 20s. Como escolhemos o vetor área da espira paralelo ao campo externo, e levando em conta a regra da mão direita, o sinal positivo da corrente está associado ao sentido horário e o sinal negativo ao sentido anti-horário. Portanto:

a corrente possui sentido **horário para 0 < t < 10s**
e sentido **anti-horário para 10s < t < 20s**.

c) (1,0)

$$\varepsilon_{ind}(t) = -\frac{d\emptyset}{dt} = -\frac{d}{dt}\left(\int B \; dA \; cos\theta\right) = -\frac{d}{dt}(B\,A \;\cdot 1)$$

onde novamente escolhemos o vetor área paralelo ao campo. Continuando:

$$\varepsilon_{ind}(t) = -\frac{d}{dt}(B\,L\,x) = -L\,x\frac{d}{dt}(B) = -\,0{,}4 \cdot 1{,}0 \cdot (-10) \cdot 0{,}3e^{-10\,t}$$

$$\varepsilon_{ind}(t) = +\,1{,}2\;e^{-10\,t} \quad [V]$$

$$i_{max} = \frac{\varepsilon_{ind}^{max}}{R} = \frac{1{,}2}{2 \times 10^{-3}} \quad \rightarrow \quad \boxed{i_{max} = 600\;A}$$

A corrente possui **sentido horário**, pelos mesmos motivos do item anterior.

2ª Questão: (3,5)

Considere o circuito da figura 1, onde ε = 10 V, R_1 = 9 Ω, R_2 = 10 Ω, o capacitor e o indutor estão inicialmente sem energia. O circuito é operado nas seguintes fases sucessivas:

Fase 1: chave S1 fechada e S2 aberta durante longo tempo.
Fase 2: chave S1 aberta e S2 fechada durante longo tempo.

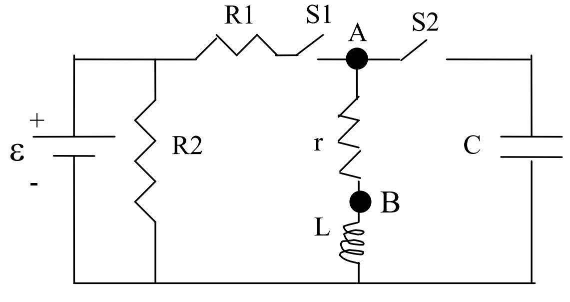


Figura 1

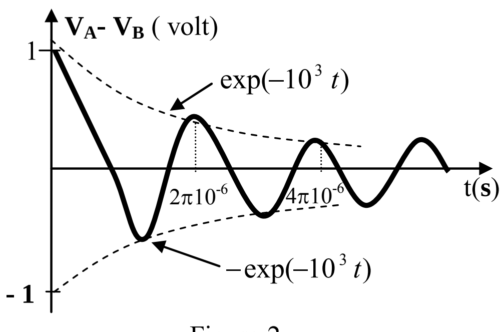


Figura 2

Durante a fase 2, a d.d.p. **$V_A – V_B$** em função do tempo corresponde ao gráfico da figura 2, na qual a escala do tempo no eixo horizontal está expressa em segundos. Supondo que a frequência angular da oscilação amortecida (ω') possa ser aproximada pela da oscilação livre sem amortecimento (ω_0), determine:

a) (**1,0**) O valor da resistência r.
b) (**0,8**) O valor da corrente no indutor no final da **fase 1.**
c) (**1,0**) O valor da capacitância C e da indutância L.
d) (**0,7**) A energia dissipada na resistência r na **fase 2**.

SOLUÇÃO

a) final da fase 1 : indutor como " curto" $\Rightarrow$ i_L máxima = $\varepsilon/(R1+r) = 10/(9+r)$
Início da fase 2 : **$V_A – V_B$** = i_L máxima x r = $\varepsilon\, r/(9+r) = 1 \Rightarrow$ **$r = 1\Omega$**

b) final da fase 1 : i_L = i_L máxima = $10 / (R1+r) = 10 / 10 = 1$ A.

c) fase 2: circuito RLC com oscilação amortecida e $i_L(t) = i_{L\,max}\, e^{-\gamma t} \cos(\omega_0 t)$; $i_{L\,max} = 1$ A
figura 2: fator de amortecimento $\gamma = 10^3 = r / 2L \Rightarrow$ **$L = 5 \times 10^{-4}$ H**
figura 2: período da oscilação = $T = 2\pi \times 10^{-6} \Rightarrow \omega = 10^6$ rad/s $= 1/\sqrt{LC} \Rightarrow$ **$C = 2 \times 10^{-9}$ F**

d) energia consumida = energia armazenada no indutor no final da fase 1 = $\frac{1}{2} L(i_{L\,Max})^2 =$ **$2{,}5 \times 10^{-4}$ J**

3ª Questão: (3,5)

Um circuito desconhecido, composto somente de 2 elementos escolhidos entre R, L e C, é alimentado por um gerador de corrente alternada cuja f.e.m. é dada por $\boldsymbol{\varepsilon}(t) = \varepsilon_M \operatorname{sen} \omega t$, onde $\varepsilon_M = 10$ V e $\boldsymbol{\omega} = 10$ rad/s. Realizando uma medida de corrente, se encontra:
$i(t) = I_M \operatorname{sen}(\omega t + \pi/6)$, onde $I_M = 1$ A.

a) (**0.5**) Após t = 0 s, em que instante de tempo t_1 a f.e.m. do gerador atinge o seu valor máximo pela primeira vez? Em que instante de tempo t_2 a corrente atinge o seu valor máximo pela primeira vez? Qual é a diferença de fase entre a tensão do gerador e a corrente?

b) (**0.5**) Desenhe o gráfico dos fasores relativo a este circuito.

c) (**0.5**) Calcule o fator de potência do circuito. Determine a potência média P fornecida ao circuito.

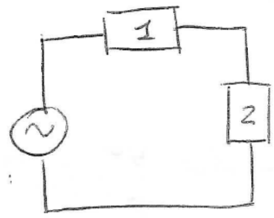
d) (**0.5**) Com os dados à sua disposição, você poderia dizer se no circuito está presente um resistor? Em caso de resposta afirmativa, calcule o seu valor. Em caso de resposta negativa, justifique a sua afirmação.

e) (**0.5**) O circuito tem um comportamento indutivo ou capacitivo? Justifique o seu raciocínio.

f) (**1.0**) Em função da resposta dada no item anterior, calcule o valor de C ou L.

SOLUÇÃO

SOLUÇÃO



$$\mathcal{E}(t) = \mathcal{E}_M \operatorname{sen} \omega t$$
$$i(t) = I_M \operatorname{sen}\left(\omega t + \pi/6\right)$$

a) $\omega t_1 = \frac{\pi}{2} \Rightarrow t_1 = \frac{\pi}{2\omega} = \boxed{\frac{\pi}{20}\ s}$

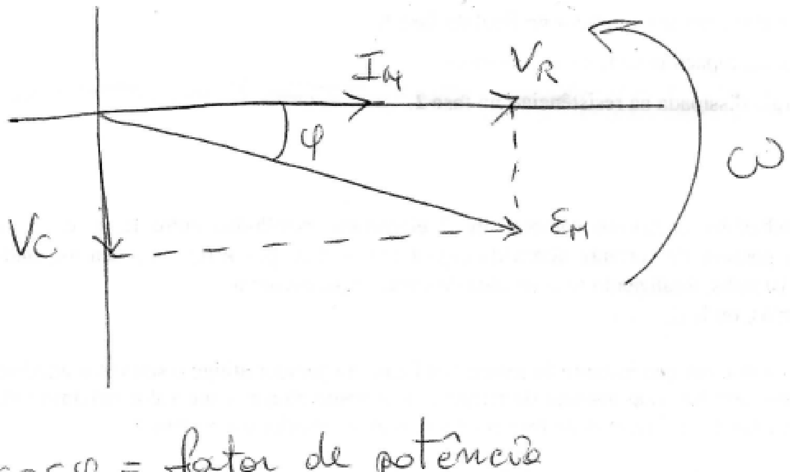
$\omega t_2 + \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{2} \Rightarrow \omega t_2 = \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{3}$

$$\boxed{t_2 = \frac{\pi}{30}\ s}$$

– A corrente está adiantada de $\pi/6$ em relação à tensão do gerador:

$$\varphi = \pi/6$$

b)



c) $\cos\varphi$ = fator de potência

$\cos\varphi = \cos\frac{\pi}{6} = \frac{\sqrt{3}}{2}$

$P_{média} = \frac{\mathcal{E}_M}{\sqrt{2}}\frac{I_M}{\sqrt{2}}\cos\varphi = \frac{10 \cdot 1}{2}\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{5}{2}\sqrt{3}\ W$

d) Sim, no circuito está presente um resistor, já que a diferença de fase entre $\mathcal{E}_M$ e I_M não é $\pi/2$.

$$V_R = \mathcal{E}_M \cos\varphi = 10 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 5\sqrt{3} \ V$$

$$V_R = R\, I_M \Rightarrow R = \frac{V_R}{I_M} = \frac{5\sqrt{3}}{1} = 5\sqrt{3}\ \Omega$$

e) O circuito tem comportamento capacitivo. Isso pode ser visto pelo gráfico dos fasores ~~[illegible]~~ onde a corrente está adiantada com relação à tensão $\mathcal{E}_M$.

f) Neste caso:

$$V_{CM} = \mathcal{E}_M \operatorname{sen}\varphi = 10 \operatorname{sen}\frac{\pi}{6} = 5 \ V$$

$$V_{CM} = \frac{I_M}{\omega C} \Rightarrow C = \frac{I_M}{\omega V_{CM}} = \frac{1}{10 \cdot 5} = \frac{1}{50} \ F$$

$$\boxed{C = \frac{1}{50} \ F}$$