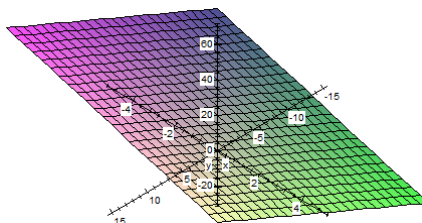


SUPERFÍCIES EM \mathbb{R}^3

Nesta notas apresentam-se resumidamente algumas das superfícies que iremos usar em MAT1163.

- Plano:

Um plano tem equação na forma $ax + by + cz = d$, onde $a, b, c, d \in \mathbb{R}$.
O vetor (a, b, c) é um vetor normal ao plano.



- Cilindro:

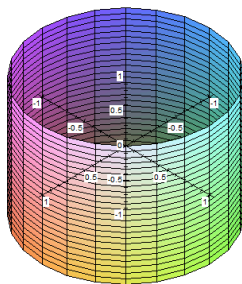
O cilindro mais comum tem uma das seguintes equações:

(1)
$$\frac{(x - x_0)^2}{a^2} + \frac{(y - y_0)^2}{b^2} = 0.$$

(2)
$$\frac{(x - x_0)^2}{a^2} + \frac{(z - z_0)^2}{b^2} = 0,$$

(3)
$$\frac{(y - y_0)^2}{b^2} + \frac{(z - z_0)^2}{c^2} = 0,$$

No caso (1), o eixo do cilindro é o eixo dos zz , no caso (2) o eixo do cilindro é o eixo dos yy e no caso (3) é o eixo dos xx .

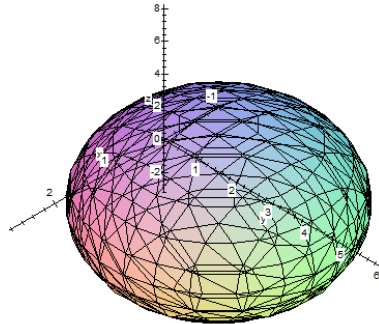


- Elipsóide:

Um elipsóide tem equação na forma

$$\frac{(x-x_0)^2}{a^2} + \frac{(y-y_0)^2}{b^2} + \frac{(z-z_0)^2}{c^2} = 1,$$

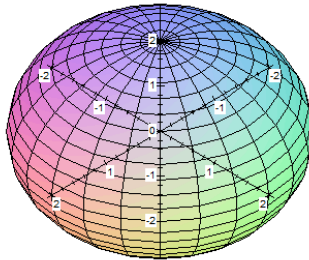
e está centrado no ponto (x_0, y_0, z_0) .



Se tivermos $a = b = c$, então a equação acima se escreve como

$$(x-x_0)^2 + (y-y_0)^2 + (z-z_0)^2 = a^2,$$

e representa a esfera de centro no ponto (x_0, y_0, z_0) e com raio a .



- Parabolóide:

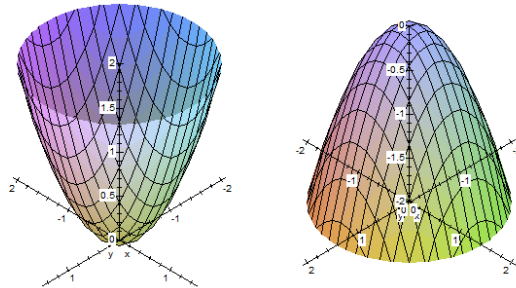
O parabolóide pode ter uma das seguintes equações:

$$(1) \quad \frac{(x-x_0)^2}{a^2} + \frac{(y-y_0)^2}{b^2} = cz,$$

$$(2) \quad \frac{(x-x_0)^2}{a^2} + \frac{(z-z_0)^2}{c^2} = by,$$

$$(3) \quad \frac{(y-y_0)^2}{b^2} + \frac{(z-z_0)^2}{c^2} = ax,$$

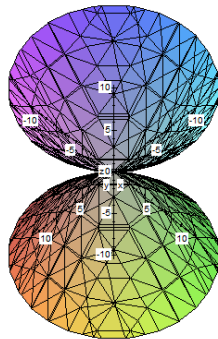
Abaixo apresenta-se o parabolóide dado pela equação (1), à esquerda tomando $c > 0$ e à direita tomando $c < 0$. O eixo do parabolóide é o eixo dos zz . Nos casos (2) e (3), o eixo do parabolóide é o eixo dos yy e dos xx , respectivamente.



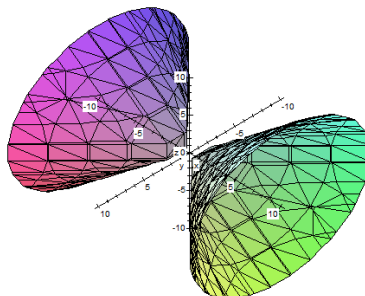
- Cone:

O cone pode ter uma das seguintes equações:

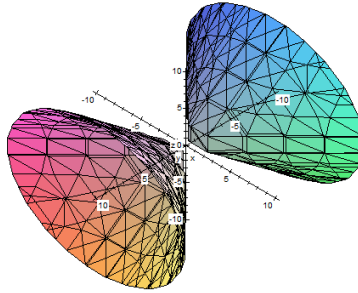
$$(1) \frac{(x-x_0)^2}{a^2} + \frac{(y-y_0)^2}{b^2} - \frac{(z-z_0)^2}{c^2} = 0,$$



$$(2) \frac{(x-x_0)^2}{a^2} - \frac{(y-y_0)^2}{b^2} + \frac{(z-z_0)^2}{c^2} = 0,$$



$$(3) \quad -\frac{(x-x_0)^2}{a^2} + \frac{(y-y_0)^2}{b^2} + \frac{(z-z_0)^2}{c^2} = 0,$$

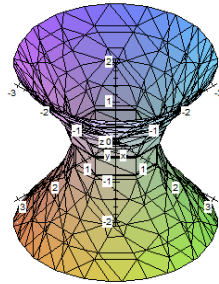


O eixo do cone no caso (1) é o eixo dos zz , no caso (2) é o eixo dos yy e no caso (3) é o eixo dos xx .

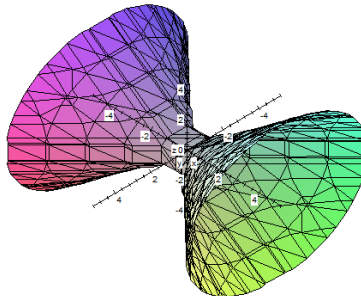
- Hiperbolóide de uma folha:

O hiperbolóide de uma folha pode ter uma das seguintes equações:

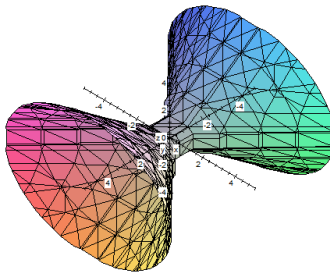
$$(1) \quad \frac{(x-x_0)^2}{a^2} + \frac{(y-y_0)^2}{b^2} - \frac{(z-z_0)^2}{c^2} = 1,$$



$$(2) \quad \frac{(x-x_0)^2}{a^2} - \frac{(y-y_0)^2}{b^2} + \frac{(z-z_0)^2}{c^2} = 1,$$



$$(3) \quad -\frac{(x-x_0)^2}{a^2} + \frac{(y-y_0)^2}{b^2} + \frac{(z-z_0)^2}{c^2} = 1,$$

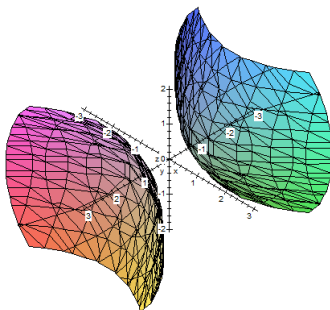


O eixo do hiperbolóide de uma folha no caso (1) é o eixo dos zz , no caso (2) é o eixo dos yy e no caso (3) é o eixo dos xx .

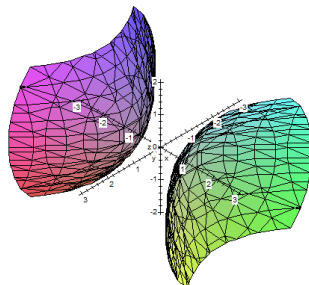
- Hiperbolóide de duas folhas:

O hiperbolóide de duas folhas pode ter uma das seguintes equações:

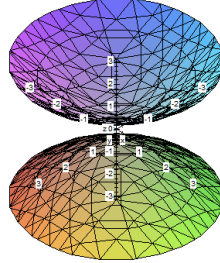
$$(1) \quad \frac{(x-x_0)^2}{a^2} - \frac{(y-y_0)^2}{b^2} - \frac{(z-z_0)^2}{c^2} = 1,$$



$$(2) \quad -\frac{(x-x_0)^2}{a^2} + \frac{(y-y_0)^2}{b^2} - \frac{(z-z_0)^2}{c^2} = 1,$$



$$(3) \quad -\frac{(x-x_0)^2}{a^2} - \frac{(y-y_0)^2}{b^2} + \frac{(z-z_0)^2}{c^2} = 1,$$



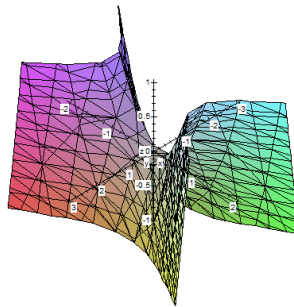
O eixo do hiperbolóide de duas folhas, no caso (1) é o eixo dos xx , no caso (2) é o eixo dos yy e no caso (3) é o eixo dos zz .

- Parabolóide hiperbolico:

O parabolóide hiperbolico pode ter uma das seguintes equações:

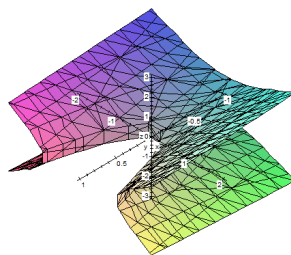
$$(1) \quad \frac{(y-y_0)^2}{b^2} - \frac{(x-x_0)^2}{a^2} = cz,$$

Abaixo apresenta-se o gráfico de um parabolóide hiperbólico com equação dada por (1) com $c > 0$.

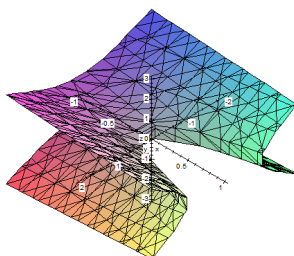


O gráfico para $c < 0$ obtém-se permutando x e y .

$$(2) \quad \frac{(y-y_0)^2}{b^2} - \frac{(z-z_0)^2}{c^2} = ax,$$



$$(3) \quad \frac{(x-x_0)^2}{a^2} - \frac{(z-z_0)^2}{c^2} = by,$$



- Toro

O toro pode ser obtido pela rotação da circunferência de centro no ponto $(0, b, 0)$ com raio $a > 0$ com $b > a$, em torno do eixo dos zz . Nesse caso, tem equação dada por

$$(b - \sqrt{x^2 + y^2})^2 + z^2 = a^2.$$

