

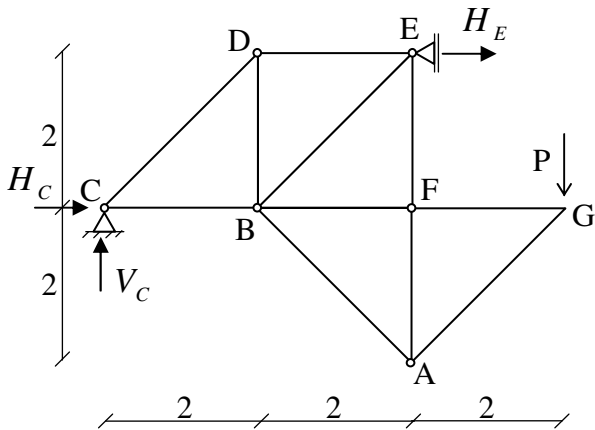
ENG 1007 – INTRODUÇÃO À MECÂNICA DOS SÓLIDOS

Primeira prova – turma D

13/03/2014

1ª Questão (2,5 pontos)

Usando três equações de equilíbrio, de forma conveniente, calcular as três reações de apoio da treliça abaixo. Todos os ângulos formados pelas barras e reações de apoio são de 90° ou 45° . Lembrar-se de usar uma quarta equação de equilíbrio para verificar a exatidão das contas.



$$\sum M_C = 0: 3P + H_E = 0 \Rightarrow H_E = -3P$$

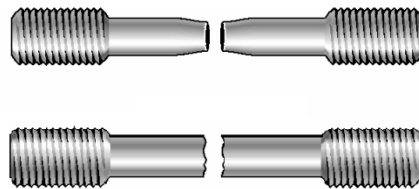
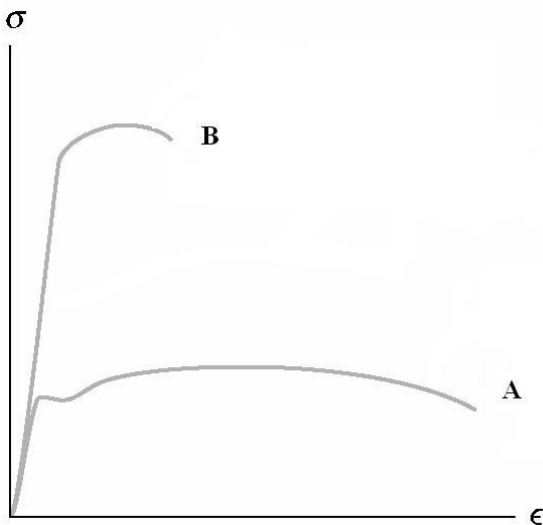
$$\sum F_V = 0: P - V_C = 0 \Rightarrow V_C = P$$

$$\sum F_H = 0: H_C + H_E = 0 \Rightarrow H_C = 3P$$

Verificação: $\sum M_F = 0: 2V_C + P + H_E = 0$ ok!

2ª Questão (2,5 pontos)

Dois materiais diferentes são testados em tração. A figura abaixo apresenta o gráfico tensão-deformação obtido para cada um dos materiais. Encontram-se também os corpos de prova após o ensaio. Aponte as principais diferenças entre os materiais A e B, baseando-se nas propriedades dos materiais e no que foi exposto no laboratório. Marque na figura qual o material de cada corpo de prova.



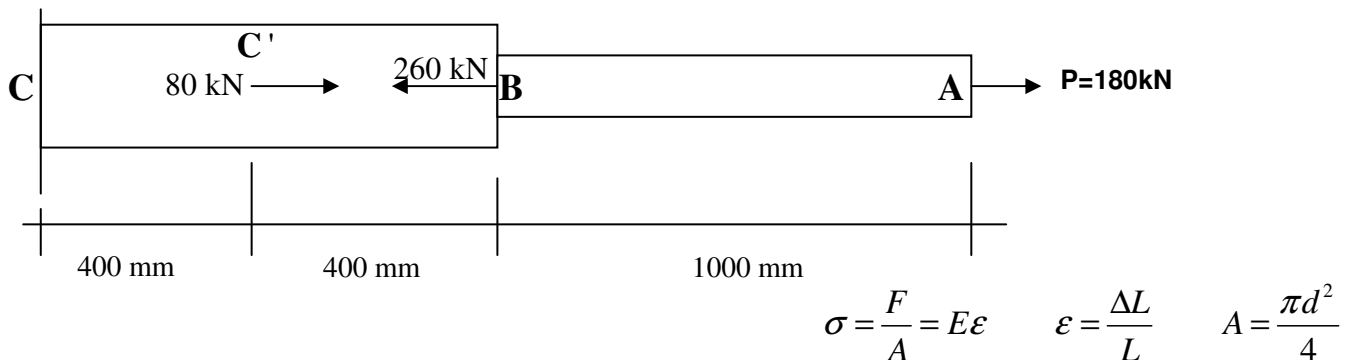
Resposta:

O material A é mais dúctil e o material B é mais frágil. Materiais dúcteis se deformam muito antes da ruptura e apresentam estrição, ou seja, redução localizada na seção transversal (corpo de prova superior). Já materiais frágeis não se deformam substancialmente até a ruptura e não apresentam redução localizada na seção transversal (corpo de prova inferior).

3ª Questão (2,5 pontos)

Duas barras cilíndricas maciças são ligadas em B e submetidas a forças axiais, conforme mostra a figura. A barra AB é de aço ($D_1 = 50\text{mm}$, $E_{\text{aço}} = 200\text{ GPa}$) e a barra BC é de latão ($D_2 = 75\text{mm}$, $E_{\text{lat}} = 105\text{ GPa}$). Pede-se determinar:

- a distribuição da tensão normal ao longo da barra composta ABC;
- a deflexão do ponto B;
- a variação de comprimento da barra composta ABC;
- a maior carga P admissível, para que a variação total de comprimento da barra ABC não exceda 1 mm e a tensão normal seja no máximo igual a 180 MPa.



Distribuição de esforços (em kN):



- $\sigma_{CC'} = 0, \sigma_{C'B} = \frac{-80\text{kN}}{\pi \cdot 0,075^2 \text{m}^2 / 4} = -18,108\text{MPa}, \sigma_{AB} = \frac{180\text{kN}}{\pi \cdot 0,05^2 \text{m}^2 / 4} = 91,673\text{MPa}$
- $\delta L_{AB} = \frac{-80\text{kN} \times 0,4\text{m}}{105 \times 10^6 \text{kPa} \times \pi \cdot 0,075^2 \text{m}^2 / 4} = -0,06898\text{mm}$
- $\delta L_{AC} = \delta L_{AB} + \frac{180\text{kN} \times 1\text{m}}{200 \times 10^6 \text{kPa} \times \pi \cdot 0,05^2 \text{m}^2 / 4} = 0,3893\text{mm}$
- $\delta L_{AC}(P) = \frac{(P-180+P-260) \times 0,4\text{m}}{105 \times 10^6 \text{kPa} \times \pi \cdot 0,075^2 \text{m}^2 / 4} + \frac{P \times 1\text{m}}{200 \times 10^6 \text{kPa} \times \pi \cdot 0,05^2 \text{m}^2 / 4} \leq 0,001\text{m}$

Portanto, $P \leq 322,96\text{kN}$.

Por outro lado, a tensão normal não pode ultrapassar 180MPa , conforme o enunciado. Como a tensão é máxima no trecho AB (menor seção transversal), tem-se

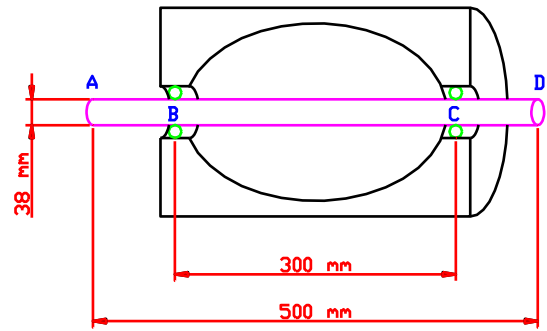
$$\sigma_{AB}(P) = \frac{P}{\pi \cdot 0,05^2 \text{m}^2 / 4} \leq 180\text{MPa} \Rightarrow P \leq 353,42\text{kN}$$

Assim, a resposta é $P_{\text{máx}} = 322,96\text{kN}$

4ª Questão (2,5 pontos)

A barra de alumínio AD é ajustada a uma câmara, onde é aplicada uma pressão hidrostática de 40 MPa, no trecho BC de comprimento igual a 300 mm. Sabendo-se que $E = 70$ GPa e $\nu = 0,36$, determinar:

- a variação do comprimento total AD da barra,
- a variação do diâmetro no ponto médio da barra.



$$\varepsilon_x = \frac{\sigma_x}{E} - \frac{\nu}{E}(\sigma_y + \sigma_z) + \alpha\Delta T$$

$$\delta l_x = \int_{l_x} \varepsilon_x dx$$

$$\varepsilon_y = \frac{\sigma_y}{E} - \frac{\nu}{E}(\sigma_z + \sigma_x) + \alpha\Delta T$$

$$\delta A_x = \int_{A_x} (\varepsilon_y + \varepsilon_z) dA_x$$

$$\varepsilon_z = \frac{\sigma_z}{E} - \frac{\nu}{E}(\sigma_x + \sigma_y) + \alpha\Delta T$$

$$\delta V = \int_V (\varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z) dV = \frac{1-2\nu}{E} \int_V (\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z) dV + \int_V 3\alpha\Delta T dV$$

Resposta:

Os trechos AB e CD estão submetidos a tensões e deformações nulas.

Seja x o eixo longitudinal da barra. Tem-se para o trecho BC:

$$\sigma_x = 0; \quad \sigma_y = \sigma_z = -40 \text{ MPa}$$

$$\varepsilon_x = -\frac{0,36}{70000}(-40 - 40) = 41,14 \times 10^{-5}$$

$$\varepsilon_y = \varepsilon_z = \frac{-40}{70000} - \frac{0,36}{70000}(-40 + 0) = -36,57 \times 10^{-5}$$

- Variação de comprimento da barra (somente o trecho BC se deforma)

$$\delta l = \int_{AD} \varepsilon_x dx = \int_{0,3} 41,14 \times 10^{-5} dx = 123 \times 10^{-6} \text{ m (alongamento)}$$

- Variação do diâmetro da barra

$$\delta d = \int_d \varepsilon_y dy = \int_d \varepsilon_z dz = \int_{0,038} -36,57 \times 10^{-5} dz = -139 \times 10^{-7} \text{ m (diminuição)}$$