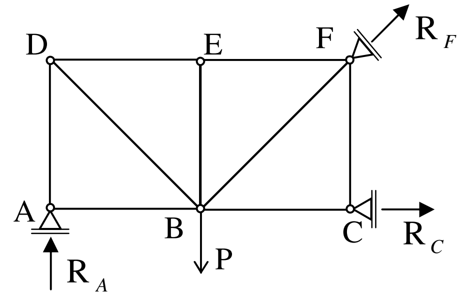
ENG 1007 – INTRODUÇÃO À MECÂNICA DOS SÓLIDOS

Primeira prova – turma B 13/03/2014

1ª Questão (2,5 pontos)

Usando três equações de equilíbrio, de forma conveniente, calcular as reações de apoio R_A, R_C e R_F indicadas na figura. Todos os ângulos formados pelas barras e reações de apoio são de 90^0 ou 45^0. Lembrar-se de usar uma quarta equação de equilíbrio para verificar a exatidão das contas.



$$\sum M_B = 0 \Rightarrow R_A = 0$$

$$\sum M_A = 0: \quad R_F \frac{\sqrt{2}}{2} - P = 0 \Rightarrow R_F = P\sqrt{2}$$

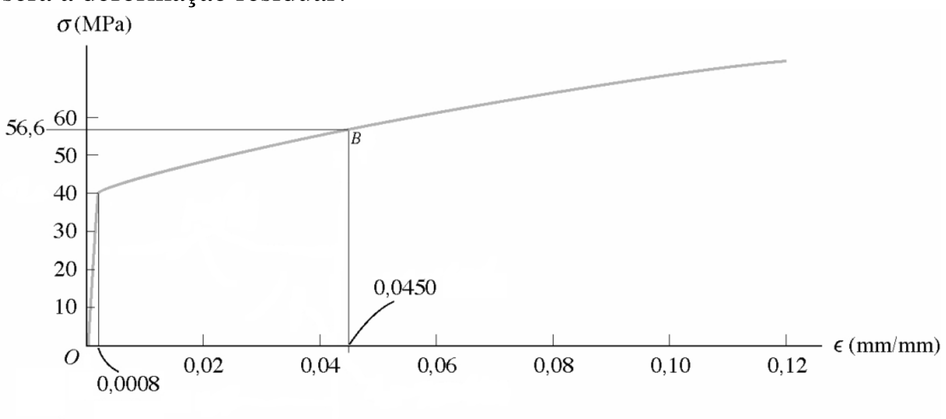
$$\sum F_x = 0: \quad R_F \frac{\sqrt{2}}{2} + R_C = 0 \Rightarrow R_C = -P$$

Verificação: $\sum M_F = 0: \quad R_C + P = 0$ ok!

2ª Questão (2,5 pontos)

A figura abaixo apresenta o gráfico tensão-deformação de um dado material. Calcule de forma aproximada, considerando um corpo de prova com 25 mm de comprimento e 8,5 mm de diâmetro:

a) o módulo de elasticidade (E) do material,
b) a carga suportada pelo corpo de prova no limite de elasticidade,
c) a carga suportada pelo corpo de prova no ponto B,
d) o alongamento total sofrido pelo corpo de prova no ponto B.
e) Caso seja feito o completo descarregamento do corpo de prova, após se atingir o ponto B, qual será a deformação residual?



Resposta:

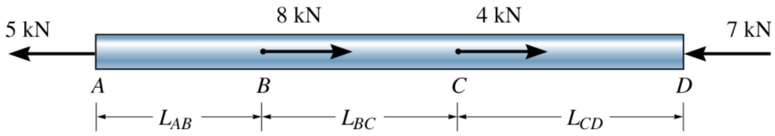
a) $E = \dfrac{\sigma}{\varepsilon} = \dfrac{40 \text{ MPa}}{0,0008} = 50 \text{ GPa}$ b) $F_{el} = \sigma_{el} A \cong 40 \times 10^6 \times \pi \left(8,5 \times 10^{-3}\right)^2 / 4 = 2,27\ kN$

c) $F_B = \sigma_B A \cong 56,6 \times 10^6 \times \pi \left(8,5 \times 10^{-3}\right)^2 / 4 = 3,22\ kN$ d) $\delta_{tot} = \varepsilon_{tot} L_0 \cong 0,045 \times 25 = 1,125\ mm$

e) $\varepsilon_{res} = 0,045 - \dfrac{56,6 MPa}{50 GPa} = 0,045 - 0,001132 = 0,043868$

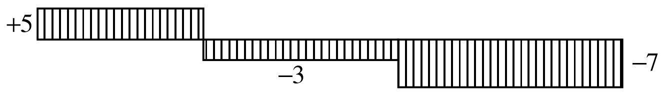
3ª Questão (2,5 pontos)

A figura abaixo representa uma barra de aço (E = 200 GPa) submetida a um sistema de forças axiais. Trace o diagrama de esforço normal da barra, indicando os trechos tracionados e os comprimidos. Considerando que a barra está fixa em A e tem seção transversal constante, obtenha a relação entre L_{AB}, L_{BC} e L_{CD} que faz com que o ponto D não se desloque.



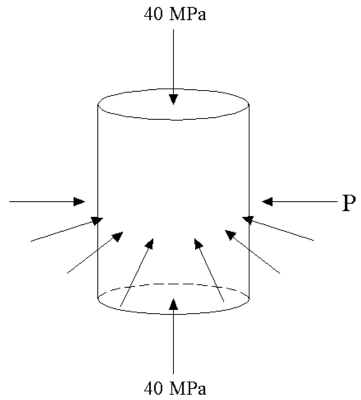
$$\sigma = \frac{F}{A} = E\varepsilon, \quad \varepsilon = \frac{\Delta L}{L}, \quad A = \frac{\pi d^2}{4}$$

Resposta: Gráfico de forças ao longo da barra (em *kN*):



$$\delta L_{AD} = \frac{5L_{AB}}{EA} - \frac{3L_{BC}}{EA} - \frac{7L_{CD}}{EA} = 0 \quad \Rightarrow \quad L_{AB} = 0,6L_{BC} + 1,4L_{CD}$$

4ª Questão (2,5 pontos)



Para o cilindro (E=20 GPa, ν = 0,3) de raio r = 10m e altura h = 20m pede-se determinar:

a) O valor da pressão lateral *p* para que a deformação volumétrica seja $d\delta V/dV = 0{,}0015$.
b) A correspondente variação de volume do cilindro.
c) A correspondente variação de altura e diâmetro do cilindro.

$$\varepsilon_x = \frac{\sigma_x}{E} - \frac{\nu}{E}(\sigma_y + \sigma_z) + \alpha\Delta T \qquad \delta\ell_x = \int_{\ell_x} \varepsilon_x dx$$

$$\varepsilon_y = \frac{\sigma_y}{E} - \frac{\nu}{E}(\sigma_z + \sigma_x) + \alpha\Delta T \qquad \delta A_x = \int_{A_x} \left(\varepsilon_y + \varepsilon_z\right) dA_x$$

$$\varepsilon_z = \frac{\sigma_z}{E} - \frac{\nu}{E}(\sigma_x + \sigma_y) + \alpha\Delta T \qquad \delta V = \int_V \left(\varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z\right) dV = \frac{1-2\nu}{E}\int_V \left(\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z\right) dV + \int_V 3\alpha\Delta T dV$$

<u>Resposta</u>: Seja z o eixo vertical do sistema cartesiano de coordenadas. Então, $\sigma_z = -40\,MPa,\ \sigma_x = \sigma_y = -p$.

Tem-se para a deformação volumétrica $d\delta V/dV = \varepsilon_x + \varepsilon_z + \varepsilon_y = (1-2\nu)\left(\sigma_x + \sigma_z + \sigma_y\right)/E$.

a) Portanto, quer-se calcular *p* para que $d\delta V/dV = -0{,}0015 = (1-2\nu)\left(-p - p - 40\right)/E$, ou $-0{,}0015 = (1-2\times 0{,}3)\left(-p - p - 40MPa\right)/20\times 10^3\,MPa$, o que resulta em $\boxed{p = 17{,}5MPa}$.

b) O volume do cilindro é $V = \pi r^2 h = \pi \times 10^2 \times 20\,m^3$. Então,

$\boxed{\delta V = -0{,}0015 \times \pi \times 10^2 \times 20 = -3\pi\,m^3 \approx -9{,}42\,m^3}$.

c) A variação de altura do cilindro se expressa, para deformações constantes,

$$\boxed{\delta h = \varepsilon_z \times h = \left[\sigma_z - \nu\left(\sigma_x + \sigma_y\right)\right]h/E = \left[-40 - 0{,}3(-17{,}5 - 17{,}5)\right]\times 20/20\times 10^3 = -29{,}5\times 10^{-3}\,m}$$

A variação do diâmetro se expressa, para deformações constantes,

$$\boxed{\delta d = \varepsilon_x \times d = \frac{1}{E}\left[\sigma_x - \nu\left(\sigma_y + \sigma_z\right)\right]d = \frac{1}{20\times 10^3}\left[-17{,}5 - 0{,}3(-40 - 17{,}5)\right]\times 20 = -25\times 10^{-5}\,m}$$