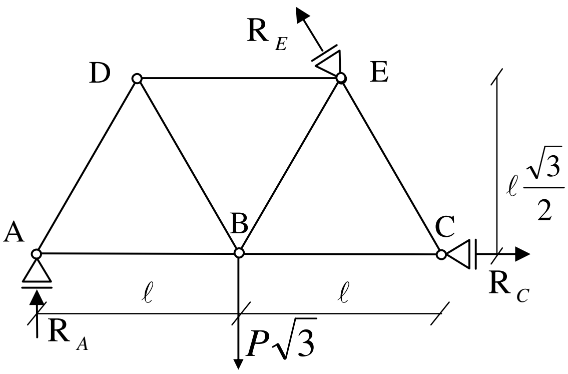
ENG 1007 – INTRODUÇÃO À MECÂNICA DOS SÓLIDOS

Primeira prova – turma C 18/03/2014

1ª Questão (2,5 pontos)

Usando três equações de equilíbrio, de forma conveniente, calcular as reações de apoio R_A, R_C e R_E da estrutura indicada na figura. Os triângulos são todos equiláteros. Lembrar-se de usar uma quarta equação de equilíbrio para verificar a exatidão das contas.



$$\sum M_C = 0 \quad \Rightarrow R_A.2\ell - P\sqrt{3}.\ell = 0 \quad \Rightarrow \quad R_A = \frac{P\sqrt{3}}{2}$$

$$\sum M_A = 0 \quad \Rightarrow R_E.2\ell\frac{\sqrt{3}}{2} - P\sqrt{3}.\ell = 0 \quad \Rightarrow \quad R_E = P$$

$$\sum F_x = 0 \quad \Rightarrow \quad R_C - R_E/2 = 0 \quad \Rightarrow \quad R_C = P/2$$

Verificação:

$$\sum M_E = 0: \quad -R_A\frac{3\ell}{2} + P\sqrt{3}\frac{\ell}{2} + R_C\frac{\ell\sqrt{3}}{2} = 0 \quad \text{ok!}$$

2ª Questão (2,5 pontos)

Dois materiais diferentes são testados em tração. Os corpos de prova são idênticos, com comprimento inicial de 25 mm e diâmetro inicial de 8,5 mm. No momento da fratura o material A apresentou um comprimento final de 34 mm e tensão de ruptura de 350 MPa. O material B, por sua vez, rompeu com uma tensão de 480 MPa e comprimento final de 27 mm. Os diâmetros medidos após a fratura foram 4,08 mm e 8,02 mm, respectivamente. Obtenha a deformação e a redução percentual da área da seção transversal para cada material ao final do ensaio. Obtenha a tensão real de ruptura nos dois casos. Classifique os materiais como dúcteis ou frágeis e justifique. Esboce o gráfico tensão-deformação de cada um dos materiais.

Resposta:

Material A

$$\varepsilon_A = \frac{34-25}{25} = 0,36$$

$$\%A_A = \left(1 - \frac{4,08^2}{8,5^2}\right)\times 100 = 77\%$$

$$\sigma_{\text{real}_A} = 350\times\frac{8,5^2}{4,08^2} = 1519 \text{ MPa}$$

DÚCTIL

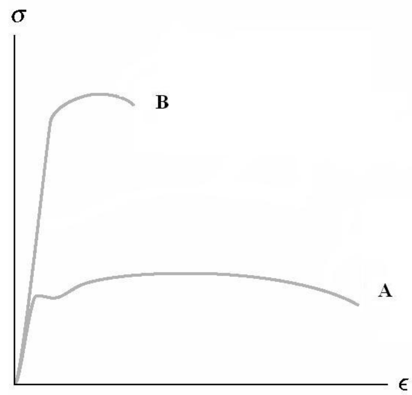
Material B

$$\varepsilon_B = \frac{27-25}{25} = 0,08$$

$$\%A_B = \left(1 - \frac{8,02^2}{8,5^2}\right)\times 100 = 11\%$$

$$\sigma_{\text{real}_B} = 480\times\frac{8,5^2}{8,02^2} = 539 \text{ MPa}$$

FRÁGIL



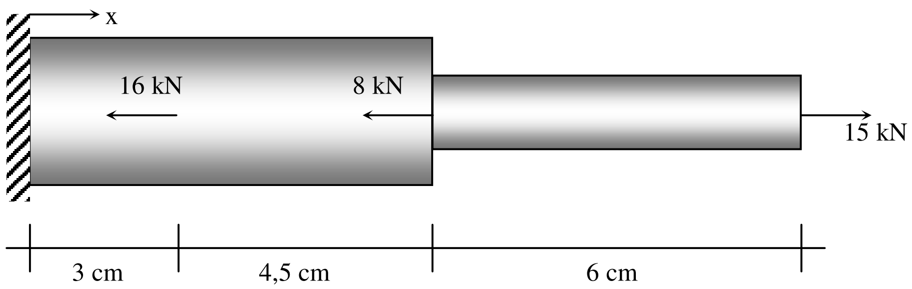
O material A é dúctil porque se deformou muito e sofreu uma grande redução de área transversal (estricção) até a ruptura. O Material B se deformou bem menos e rompeu após uma pequena redução de sua área transversal.

3ª Questão (2,5 pontos)

Considere a peça maciça de seção transversal circular (d = 1,13 cm e D = 1,6 cm) da figura formada por um material com tensão de escoamento para tração e compressão $\sigma_e = 250\text{MPa}$. Quando submetida ao carregamento indicado, a peça apresenta uma variação de comprimento de δl_x = 0,0438mm. Pede-se para determinar:

a) O módulo de elasticidade E do material.

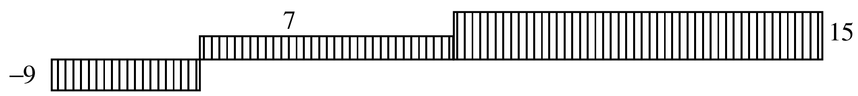
b) As tensões e o coeficiente de segurança da peça contra escoamento.



$$\sigma = \frac{F}{A} = E\varepsilon \qquad \varepsilon = \frac{\Delta L}{L} \qquad A = \frac{\pi d^2}{4}$$

Resposta:

Gráfico de forças ao longo da barra (em kN):

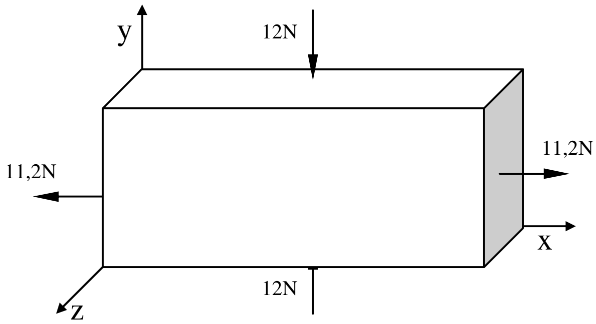


a) $\delta l_x = 0{,}0438\times10^{-3} = \dfrac{-9\times0{,}03}{E\pi0{,}016^2/4} + \dfrac{7\times0{,}045}{E\pi0{,}016^2/4} + \dfrac{15\times0{,}06}{E\pi0{,}0113^2/4} \quad \Rightarrow \quad E = 210GPa$

b) $\sigma_1 = \dfrac{-9\times10^{-3}}{\pi0{,}016^2/4} = -44{,}76MPa; \quad \sigma_2 = \dfrac{7\times10^{-3}}{\pi0{,}016^2/4} = 34{,}81MPa; \quad \sigma_3 = \dfrac{15\times10^{-3}}{\pi0{,}0113^2/4} = 149{,}57MPa;$

No terceiro trecho, que tem a maior tensão normal: $coef.seg. = 250/149{,}57 = 1{,}67$.

4ª Questão (2,5 pontos)



A barra da figura é feita de uma liga metálica com propriedades E = 16MPa e ν = 0,33 e tem dimensões iniciais 10×4×2 cm^3. Ela está submetida às forças indicadas na figura, que exercem pressões uniformes nas superfícies em que atuam. Determine:

a) as tensões e as deformações da barra;
b) a variação volumétrica;
c) as variações de comprimento nas três direções coordenadas.

$$\varepsilon_x = \frac{\sigma_x}{E} - \frac{\nu}{E}(\sigma_y + \sigma_z) + \alpha\Delta T \qquad \delta\ell_x = \int_{\ell_x} \varepsilon_x dx$$

$$\varepsilon_y = \frac{\sigma_y}{E} - \frac{\nu}{E}(\sigma_z + \sigma_x) + \alpha\Delta T \qquad \delta A_x = \int_{A_x} \left(\varepsilon_y + \varepsilon_z\right) dA_x$$

$$\varepsilon_z = \frac{\sigma_z}{E} - \frac{\nu}{E}(\sigma_x + \sigma_y) + \alpha\Delta T \qquad \delta V = \int_V \left(\varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z\right) dV = \frac{1-2\nu}{E}\int_V \left(\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z\right) dV + \int_V 3\alpha\Delta T dV$$

Resposta

a) Conhece-se: $\sigma_x = 11,2N\big/\left(0,04\times 0,02m^2\right) = 14kPa$; $\sigma_y = -12N\big/\left(0,1\times 0,02m^2\right) = -6kPa$; $\sigma_z = 0$

Obtém-se $\varepsilon_x = \dfrac{14 - 0,33(-6+0)}{16000} = 0,001;\quad \varepsilon_y = \dfrac{-6 - 0,33(14+0)}{16000} = -0,0006667;$

$$\varepsilon_z = \frac{0 - 0,33(14-6)}{16000} = -0,0001667$$

b) Variação volumétrica: $\delta V = \left(\varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z\right)\times 10\times 4\times 2cm^3 = 0,01333cm^3$

c) Variações de comprimento:

$\delta\ell_x = \varepsilon_x \times 10cm = 0,01cm$; $\delta\ell_y = \varepsilon_y \times 4cm = -0,002667cm$; $\delta\ell_z = \varepsilon_z \times 2cm = -0,0003333cm$