ENG 1007 – INTRODUÇÃO À MECÂNICA DOS SÓLIDOS

Segunda prova – turma D 16/05/2013

1ª Questão (2,5 pontos)

Um ventilador está fixado ao teto por meio de uma haste de suporte feita de um tubo circular com raio externo $r_e = 20\,mm$. Sua seção transversal tem momento polar de inércia $J = 6{,}1\times10^{-8}\,m^4$, e o material homogêneo e isótropo tem tensão de cisalhamento admissível $\tau_{adm} = 20\,MPa$. Esse equipamento gira a uma velocidade de $1200\,rpm$. Calcular a potência do ventilador em *hp*, para fator de segurança à torção igual 2,57.

$$P = 2\pi nT \;;\quad \tau(x,\rho) = \frac{T(x)G\rho}{2\pi\int_0^{r(x)} G\rho^3 d\rho};\quad 1\ hp = 746\ W.$$

Resposta:

$$FS = \frac{\tau_{adm}}{\tau_{máx}} = \frac{20}{\tau_{máx}} = 2{,}57 \Rightarrow \tau_{máx} = 7{,}78\,MPa$$

$$\tau_{máx} = \frac{T\,r_e}{J} = 7{,}78\,MPa \Rightarrow T = \frac{\tau_{máx}\,J}{r_e} = \frac{7{,}78\times10^6\times6{,}1\times10^{-8}}{0{,}02} = 23{,}73\,kN.m$$

$$T = \frac{P}{2\pi n} = \frac{746\,P}{2\pi\times\frac{1200}{60}} = 23{,}75\,Nm \Rightarrow P = 4{,}00\,hp$$

2ª Questão (2,5 pontos)

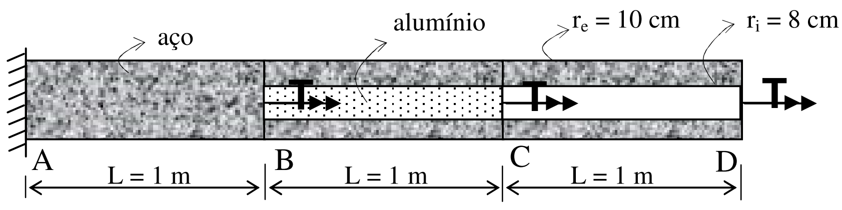
O eixo formado pelos segmentos AB (peça de aço maciço), BC (tubo de aço e núcleo de alumínio) e CD (tubo de aço com núcleo vazio), tal como mostra a Figura, está solicitado a torção pura. Pede-se

A) esboçar o diagrama de momento de torção, com os valores numéricos em cada trecho e o sinal;
B) verificar se a tensão máxima de cisalhamento do aço no trecho AB é menor que a tensão máxima admissível $\tau_{adm} = 400MPa$;
C) calcular o ângulo de rotação na extremidade livre.

DADOS:

$G_{AL} = 28\,GPa\,; G_{AÇO} = 84\,GPa\,; T = 200\,kN.m\,;$

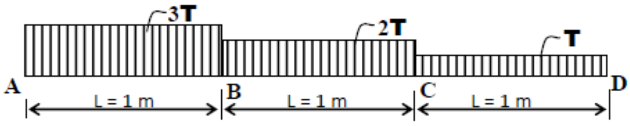
$$\tau(x,\rho) = \frac{T(x)G\rho}{2\pi\int_0^{r(x)} G\rho^3 d\rho}$$



$$d\varphi = \frac{T\,dx}{2\pi\int_0^{r} G\rho^3 d\rho}$$

Resposta:

A) Todos são positivos



$3T = 600\,kN.m;\ 2T = 400\,kN.m;\ T = 200\,kN.m$

B) Tensão máxima de cisalhamento no aço

$$\tau_{máx} = \frac{3Tr_e}{\frac{\pi}{2}r_e^4} = \frac{3\times 200\times 10^6\times 100}{\frac{\pi}{2}\times 100^4} = 382\,MPa < 400MPa \rightarrow ok!$$

C) Ângulo de rotação na extremidade livre.

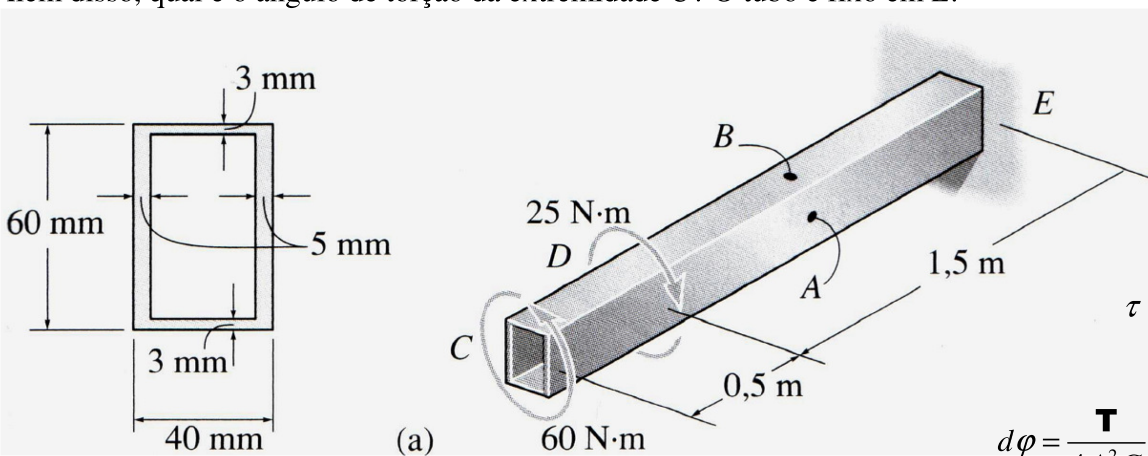
$$\varphi_{AD} = \frac{600L}{G_{AÇO}\frac{\pi}{2}r_e^4} + \frac{400L}{\frac{\pi}{2}\left[G_{AL}r_i^4 + G_{AÇO}\left(r_e^4 - r_i^4\right)\right]} + \frac{200L}{G_{AÇO}\left(r_e^4 - r_i^4\right)}$$

$$\phi_{AD} = \frac{600\times 1\times 10^6}{84\frac{\pi}{2}\times 0{,}1^4} + \frac{400\times 1\times 10^6}{\frac{\pi}{2}\left[28\times 0{,}08^4 + 84\left(0{,}1^4 - 0{,}08^4\right)\right]} + \frac{200\times 1\times 10^6}{\frac{\pi}{2}84\left(0{,}1^4 - 0{,}08^4\right)}$$

$$\varphi_{AD} = \frac{600\times 10^6}{0{,}01319} + \frac{400\times 10^6}{0{,}009591} + \frac{200\times 10^6}{0{,}00790} = 0{,}113\,rad$$

3ª Questão (2,5 pontos)

Um tubo feito de bronze (*G = 38 GPa*) tem seção transversal retangular como mostrado na figura. Para os dois torques aplicados, mostrados à direita, qual é a tensão de cisalhamento média nos pontos *A* e *B*? Além disso, qual é o ângulo de torção da extremidade *C*? O tubo é fixo em *E*.



$$\tau = \frac{\mathbf{T}}{2A_m t}$$

$$d\varphi = \frac{\mathbf{T}}{4A_m^2 G}\int_{C_m}\frac{ds}{t}\,dx$$

Resposta:

O torque atuante no trecho CD é $\mathbf{T}_{CD} = 60N.m$. No trecho DE, $\mathbf{T}_{DE} = (60-25)N.m = 35N.m$.

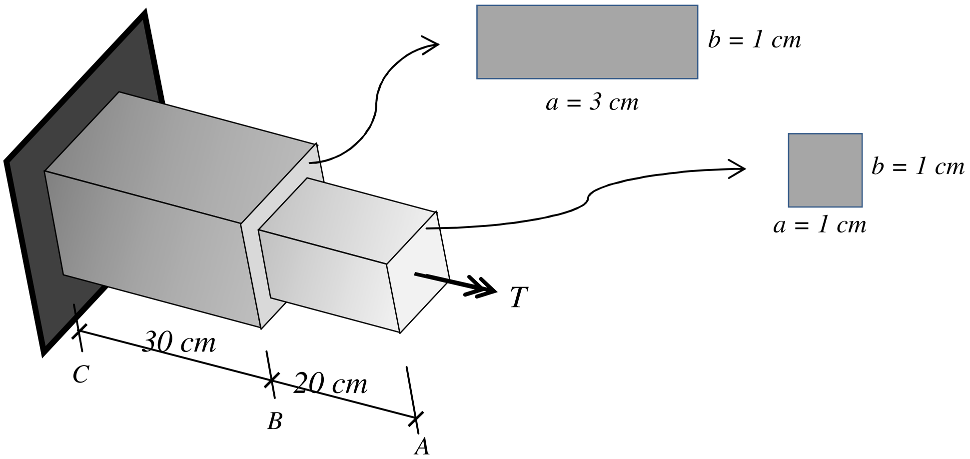
A área média A_m do tubo é igual à do retângulo $(40-5)\times(60-3)mm^2 = 0{,}001995m^2$.

a) $\tau_A = \dfrac{35Nm}{2\times 0{,}001995m^2\times 0{,}005m} = 1{,}754MPa$;

b) $\tau_B = \dfrac{35Nm}{2\times 0{,}001995m^2\times 0{,}003m} = 2{,}924MPa$;

c) $\Delta\varphi_{CE} = \Delta\varphi_{CD} + \Delta\varphi_{DE} = \dfrac{\left(60Nm\times 0{,}5m + 35Nm\times 1{,}5m\right)\times\left((40-5)/3 + (60-3)/5\right)\times 2}{4\times 0{,}001995^2 m^4\times 38\times 10^9 N/m^2} = 0{,}00629\,rad$.

4ª Questão (2,5 pontos)
Uma barra de aço é engastada em uma de suas extremidades e carregada por um torque *T* na outra (ver figura). O módulo de elasticidade transversal é $G = 79\ GPa$. Determine:



a) Os coeficientes α e β para os dois trechos (CB e BA) da barra.

b) O torque máximo *T* que pode ser aplicado, para uma tensão máxima admissível $\tau_{adm} = 50\ MPa$.
c) O ângulo de torção (**em graus**) na extremidade A, supondo $T = 8\ N\,m$.
Para solução, considere $\tau_{máx} = \dfrac{T}{\alpha\, a\, b^2}$ e $\phi_{\max} = \dfrac{T\,L}{\beta\, a\, b^3\, G}$, onde α e β podem ser obtidos abaixo:

a/b	1,0	1,5	2,0	2,5	3,0	4,0	5,0	10,0	∞
α	0,208	0,231	0,246	0,256	0,267	0,282	0,292	0,312	0,333
β	0,141	0,196	0,229	0,249	0,263	0,281	0,291	0,312	0,333

Resposta:

a) 0,5 pontos

Trecho CB: $\alpha = 0,267$ e $\beta = 0,263$
Trecho BA: $\alpha = 0,208$ e $\beta = 0,141$

b) 1,0 ponto

$$\tau_{máx} = \frac{T}{\alpha\, a\, b^2} = 50.10^6 \rightarrow T = \left(50.10^6\right)\left(\alpha\, a\, b^2\right) \rightarrow T = \left(50.10^6\right)\left(0,208\right)\left(0,01\right)^3 \rightarrow T = 10,4\ \ Nm$$

c) 1,0 ponto :
$$\varphi_A = \frac{T}{b^3\, G}\left(\frac{L_{CB}}{\beta_{CB}\, a_{CB}} + \frac{L_{BA}}{\beta_{BA}\, a_{BA}}\right) = \frac{8.0}{\left(0,01\right)^3\left(79.10^9\right)}\left(\frac{0,3}{\left(0,263\right)\left(0,03\right)} + \frac{0,2}{\left(0,141\right)\left(0,01\right)}\right)$$

$$\therefore\ \varphi_A = 0,0182\, rad = 1,0136^o$$