ENG 1007 – INTRODUÇÃO À MECÂNICA DOS SÓLIDOS

Segunda prova – turmas A e E 14/05/2013

1ª Questão (2,5 pontos)

Um ventilador está fixado ao teto por meio de uma haste de suporte composta de um tubo circular com raio externo $r_e = 20mm$. Sua seção transversal tem momento de inércia polar $J = 5{,}5\times10^{-8}\,m^4$, e o material homogêneo e isótropo do qual é composto tem tensão de cisalhamento admissível $\tau_{adm} = 30\,MPa$. Esse equipamento gira a uma velocidade de $600\,rpm$ e tem potência de $2\,hp$. Calcular o fator de segurança da haste de suporte.

$$P = 2\pi\, nT\ ;\quad \tau(x,\rho) = \frac{T(x)G\rho}{2\pi\int_0^{r(x)} G\rho^3 d\rho}\ ;\ 1\ hp=746\ W.$$

Resposta:

$$T = \frac{P}{2\pi\, n} = \frac{2\times746}{2\pi\times\frac{600}{60}} = 23{,}75\,Nm$$

$$\tau_{máx} = \frac{T\,r_e}{J} = \frac{23{,}75\times0{,}02}{5{,}5\times10^{-8}} = 0{,}0864\times10^{8}\ N/m^2 = 8{,}64\times10^{6}\ Pa = 8{,}64\,MPa$$

$$FS = \frac{\tau_{adm}}{\tau_{máx}} = \frac{30}{8{,}64} = 3{,}47$$

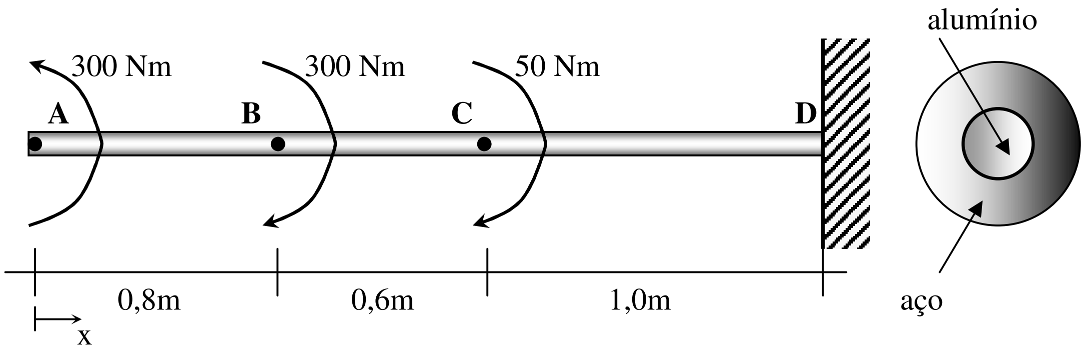
2ª Questão (2,5 pontos)

O eixo composto de um tubo de aço submetido aos torques mostrados na figura tem diâmetro externo igual a $1{,}4\,cm$ e diâmetro interno igual a metade desse valor, sendo o seu núcleo de alumínio. Calcular:

a) o ângulo de rotação em A;
b) a tensão cisalhante máxima no alumínio no trecho AB;
c) a tensão cisalhante máxima no trecho BC.

DADOS: $G_{AL} = 28\,GPa$; $G_{AÇO} = 84\,GPa$;

$$d\phi = \frac{T\,dx}{2\pi\int_0^{r} G\rho^3 \mathrm{d}\rho}\ ;\qquad \tau(x,\rho) = \frac{T(x)G\rho}{2\pi\int_0^{r(x)} G\rho^3 d\rho}$$



Resposta:

a) Ângulo de rotação em A

$$J_{al} = \frac{\pi(0{,}0035)^4}{2} = 2{,}36\times10^{-10}\,m^4$$

$$J_{aço} = \frac{\pi\left[(0{,}007)^4 - (0{,}0035)^4\right]}{2} = 3{,}54\times10^{-9}\,m^4$$

$$\varphi_A = \frac{T_{AB}L_{AB} + T_{BC}L_{BC} + T_{CD}L_{CD}}{J_{al}G_{al} + J_{aço}G_{aço}} = \frac{300\times0{,}8 - 0\times0{,}6 - 50\times1{,}0}{2{,}36\times10^{-10}\times28\times10^{9} + 3{,}54\times10^{-9}\times84\times10^{9}}$$

$$= \frac{190}{303{,}968} = 0{,}625\,rad$$

b) Tensão cisalhante máxima no alumínio no trecho AB

$$\tau_{\max}^{al} = \frac{T_{AB}G_{al}r_i}{J_{al}G_{al} + J_{aço}G_{aço}} = \frac{300\times28\times10^{9}\times0{,}0035}{303{,}968} = 0{,}0967\,GPa = 96{,}7\,MPa$$

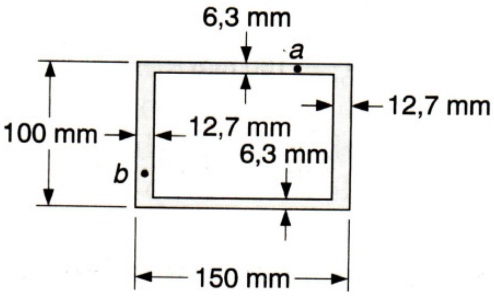
c) Tensão cisalhante máxima no trecho BC

$\tau = 0$, pois não há momento de torção no trecho

3ª Questão (2,5 pontos)

Um torque de 6,8 kN.m é aplicado a um eixo vazado de alumínio que tem a seção transversal mostrada na figura. Desprezando o efeito da concentração de tensões, determinar:

a) a tensão de cisalhamento no ponto *a*;
b) a tensão de cisalhamento no ponto *b*;
c) a rotação entre duas seções do tubo, que distam L = 1 m entre si (o módulo de elasticidade transversal do alumínio é G = 26 GPa).



$$\tau = \frac{T}{2A_m t} \qquad d\varphi = \frac{T}{4A_m^2 G}\int_{C_m}\frac{ds}{t}\,dx$$

Resposta:

A área média A_m é igual à do retângulo $(150-12{,}7)\times(100-6{,}3)mm^2 = 0{,}0128651m^2$.

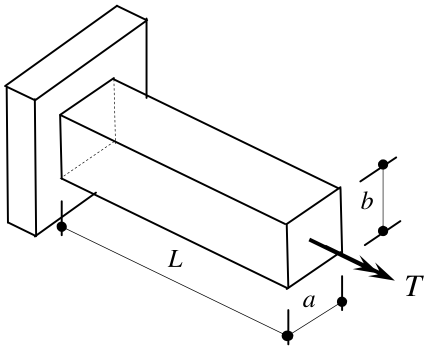
a) $\tau_a = \dfrac{6{,}8kNm}{2\times0{,}0128651m^2\times0{,}0063m} = 41{,}950MPa$;

b) $\tau_b = \dfrac{6{,}8kNm}{2\times0{,}0128651m^2\times0{,}0127m} = 20{,}810MPa$;

c) $\Delta\varphi = \dfrac{6{,}8kNm\times1m\times\left((150-12{,}7)/6{,}3+(100-6{,}3)/12{,}7\right)\times2}{4\times0{,}0128651^2m^4\times26\times10^6kN/m^2} = 0{,}02305\ rad$.

4ª Questão (2,5 pontos)

O torque $T = 282{,}46\ N\,m$ é aplicado na extremidade livre da barra de aço dada na figura abaixo, cujo material tem tensão admissível $\tau_{adm} = 55{,}16\ MPa$. Determine:



a) A dimensão b necessária para se ter uma barra de seção transversal retangular com $a = 2\,b$.

b) A dimensão b necessária para se ter uma barra de seção transversal quadrada ($a = b$).

Para a solução considere $\tau_{máx} = \dfrac{T}{\alpha\, a\, b^2}$, onde α pode ser obtida abaixo:

a / b	1,0	1,5	2,0	2,5	3,0	4,0	5,0	10,0	∞
α	0,208	0,231	0,246	0,256	0,267	0,282	0,292	0,312	0,333
β	0,141	0,196	0,229	0,249	0,263	0,281	0,291	0,312	0,333

Resposta:

$$\tau_{máx} = \frac{T}{\alpha\, a\, b^2} = \tau_{adm}$$

a) 1,5 pontos

$a = 2\,b$

$$\frac{T}{\alpha\, a\, b^2} = \tau_{adm} \rightarrow \frac{T}{\alpha(2b)b^2} = \tau_{adm} \rightarrow b^3 = \frac{T}{2\alpha\tau_{adm}} \rightarrow b = \sqrt[3]{\frac{T}{2\alpha\tau_{adm}}}$$

$$\therefore b = \sqrt[3]{\frac{282{,}46}{(2)(0{,}246)(55{,}16\ 10^6)}} \rightarrow b = 21{,}9224\,mm$$

b) 1,0 ponto

$a = b$

$$\frac{T}{\alpha\, a\, b^2} = \tau_{adm} \rightarrow \frac{T}{\alpha(b)b^2} = \tau_{adm} \rightarrow b^3 = \frac{T}{\alpha\tau_{adm}} \rightarrow b = \sqrt[3]{\frac{T}{\alpha\tau_{adm}}}$$

$$\therefore b = \sqrt[3]{\frac{282{,}46}{(0{,}208)(55{,}16\ 10^6)}} \rightarrow b = 29{,}0909\,mm$$