ENG 1007 – INTRODUÇÃO À MECÂNICA DOS SÓLIDOS

Segunda prova – turma B 16/05/2013

1ª Questão (2,5 pontos)

O eixo propulsor de um navio é circular e vazado, transmitindo $10\,000\,hp$ de potência a 120 rpm, e está submetido à tensão de cisalhamento máxima de $40\,MPa$. A razão entre o diâmetro externo e interno desse eixo é igual 2. Qual o diâmetro do eixo externo?

$$P = 2\pi\, nT \;;\quad \tau(x,\rho) = \frac{T(x)G\rho}{2\pi\int_0^{r(x)} G\rho^3 d\rho} \;;\quad 1\ hp = 746\ W.$$

Resposta:

$$T = \frac{P}{2\pi n} = \frac{746\times 10000}{2\pi\times\frac{120}{60}} = 593.647\,Nm$$

$$J = \frac{\pi}{2}\left(r_e^4 - r_i^4\right) = \frac{\pi}{2}\left[r_e^4 - \left(0{,}5r_e\right)^4\right] = \frac{\pi}{2}r_e^4\left(1 - 0{,}0625\right) = 1{,}473\,r_e^4$$

$$\tau_{máx} = \frac{T\,r_e}{J} = 40\,MPa = 40\times 10^6\ Pa \;\Rightarrow\; \frac{593.647\,r_e}{1{,}473\,r_e^4} = 40\times 10^6 \;\Rightarrow\; r_e = 0{,}22\,m \;\Rightarrow\; d_e = 0{,}44m$$

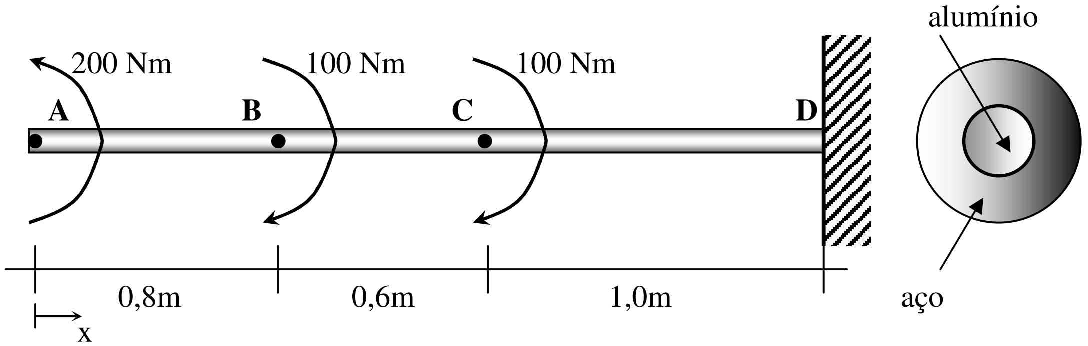
2ª Questão (2,5 pontos)

O eixo composto de um tubo de aço e alumínio submetido aos torques mostrados na figura tem diâmetro externo igual a $1{,}4\,cm$ e diâmetro interno igual a metade desse valor. Pede-se:

a) calcular o ângulo de torção em D;
b) calcular a tensão cisalhante máxima no alumínio no trecho BC;
c) verificar se o ângulo de rotação em B é inferior ao ângulo de rotação admissível $\varphi_{adm} = 0{,}22\,rad$.

DADOS: $G_{AL} = 28\,GPa$; $G_{AÇO} = 84\,GPa$;

$$d\phi = \frac{T\,dx}{2\pi\int_0^{r} G\rho^3 \mathrm{d}\rho} \;;\qquad \tau(x,\rho) = \frac{T(x)G\rho}{2\pi\int_0^{r(x)} G\rho^3 d\rho}$$



Resposta:

a) Ângulo de torção em D

$\varphi = 0$, pois esta seção está engastada.

b) Tensão cisalhante máxima no alumínio no trecho BC

$$J_{al} = \frac{\pi(0{,}0035)^4}{2} = 2{,}36\times10^{-10}\,m^4$$

$$J_{aço} = \frac{\pi\left[(0{,}007)^4 - (0{,}0035)^4\right]}{2} = 3{,}54\times10^{-9}\,m^4$$

$$\tau_{\max}^{al} = \frac{T_{BC}G_{al}r_i}{J_{al}G_{al} + J_{aço}G_{aço}} = \frac{100\times28\times10^9\times0{,}0035}{2{,}36\times10^{-10}\times28\times10^9 + 3{,}54\times10^{-9}\times84\times10^9}$$

$$= \frac{9{,}8\times10^9}{303{,}96} = 32{,}24MPa$$

c) Ângulo de rotação em B

$$\varphi_B = \frac{T_{BC}L_{BC} + T_{CD}L_{CD}}{J_{al}G_{al} + J_{aço}G_{aço}} = \frac{100\times0{,}6 + 0\times1{,}0}{2{,}36\times10^{-10}\times28\times10^9 + 3{,}54\times10^{-9}\times84\times10^9}$$

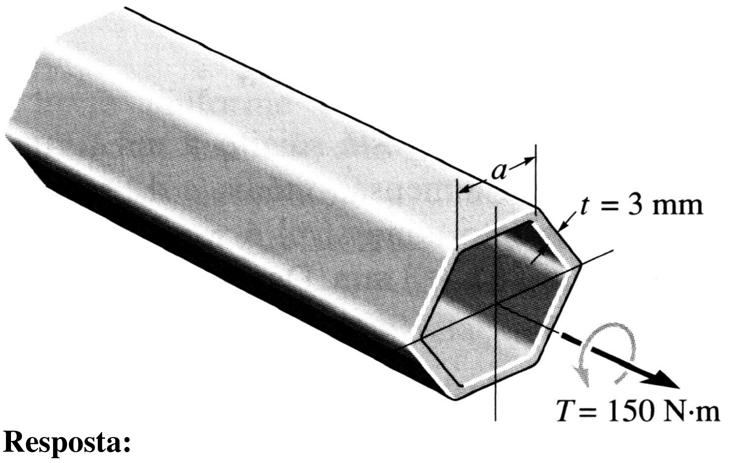
$$= \frac{60}{303{,}968} = 0{,}197\,rad$$

3ª Questão (2,5 pontos)

O tubo plástico hexagonal está sujeito a um torque de 150 *Nm*. Cada lado tem espessura *t* = 3 *mm*.

a) Determinar a dimensão média *a* de seus lados se a tensão de cisalhamento admissível for $\tau_{adm} = 60MPa$.

b) Determinar a rotação entre duas seções do tubo, que distam *L = 1 m* entre si (considerar, para este cálculo, a = 13 *mm* e o módulo de elasticidade transversal do plástico *G = 2 GPa*).



$$\tau = \frac{\mathbf{T}}{2A_m t}$$

$$d\varphi = \frac{\mathbf{T}}{4A_m^2 G}\int_{C_m}\frac{ds}{t}\,dx$$

Resposta:

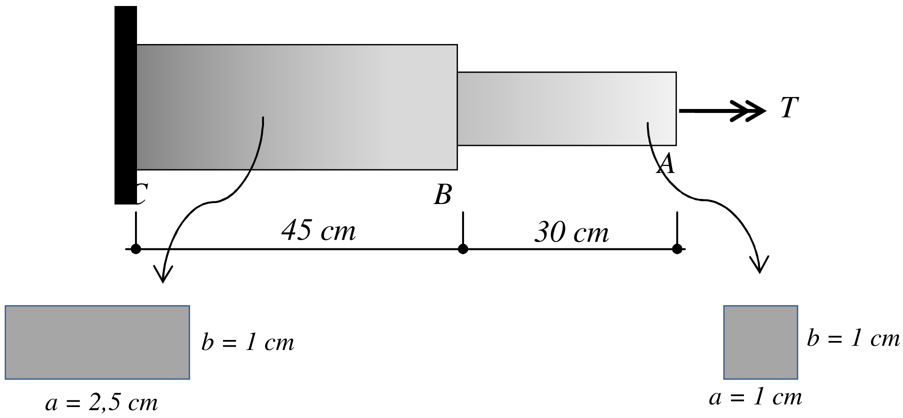
Para a o lado médio do hexágono, a área média A_m é igual a $3a^2\sqrt{3}/2$.

a) $\tau_{adm} = 60\times10^6 N/m^2 = \dfrac{150Nm}{2\times3a^2\sqrt{3}/2\times0{,}003m} \Rightarrow a = 12{,}66mm$;

b) $\Delta\varphi = \dfrac{150Nm\times1m\times6\times13/3}{4\times\left(3\times0{,}013^2\sqrt{3}/2\right)^2 m^4\times2\times10^9 N/m^2} = 2{,}53\,rad$.

4ª Questão (2,5 pontos)

Seja a barra de aço dada na figura engastada em uma de suas extremidades e carregada por um torque T na outra (extremidade livre). O módulo de elasticidade transversal é $G = 79\ GPa$. Determine:



a) Os coeficientes α e β para os dois trechos (CB e BA) da barra.

b) O torque máximo admissível T pela barra, para uma rotação máxima $\phi_{adm} = 3º$.

c) A máxima tensão cisalhante $\tau_{máx}$, supondo $T = 13{,}5\ N\ m$.

Para solução considere $\tau_{máx} = \dfrac{T}{\alpha\, a\, b^2}$ e $\phi_{\max} = \dfrac{T\,L}{\beta\, a\, b^3\, G}$, onde α e β podem ser obtidos abaixo:

a/b	1,0	1,5	2,0	2,5	3,0	4,0	5,0	10,0	∞
α	0,208	0,231	0,246	0,256	0,267	0,282	0,292	0,312	0,333
β	0,141	0,196	0,229	0,249	0,263	0,281	0,291	0,312	0,333

Resposta:

a) 0,5 pontos

Trecho CB: $\alpha = 0{,}256$ e $\beta = 0{,}249$

Trecho BA: $\alpha = 0{,}208$ e $\beta = 0{,}141$

b) 1,0 ponto

$$\phi_{\max} = \frac{T}{b^3\, G}\left(\frac{L_{CB}}{\beta_{CB}\, a_{CB}} + \frac{L_{BA}}{\beta_{BA}\, a_{BA}}\right) \le \left(\frac{3\pi}{180}\right) \rightarrow T \le \left(\frac{3\pi}{180}\right)\left(b^3\, G\right)\left(\frac{L_{CB}}{\beta_{CB}\, a_{CB}} + \frac{L_{BA}}{\beta_{BA}\, a_{BA}}\right)^{-1}$$

$$\therefore\ T \le \left(\frac{3\pi}{180}\right)\left[(0{,}01)^3\,(79.10^9)\right]\left(\frac{0{,}45}{(0{,}249)(0{,}025)} + \frac{0{,}30}{(0{,}141)(0{,}01)}\right)^{-1} \rightarrow T \le (0{,}0524)(79000)\left(3{,}5081.10^{-3}\right)$$

$$\therefore\ T \le 14{,}5221\ Nm$$

c) 1,0 ponto: $\tau_{máx} = \dfrac{T}{\alpha\, a\, b^2} = \dfrac{13{,}5}{(0{,}208)(0{,}01)^3} = 64{,}9038\ MPa$