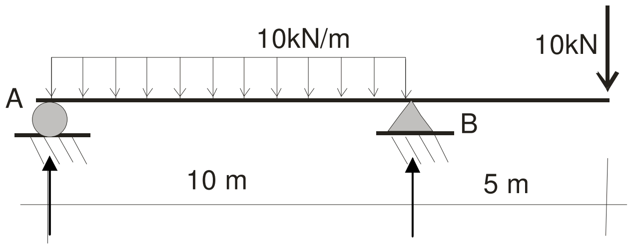
ENG 1007 – INTRODUÇÃO À MECÂNICA DOS SÓLIDOS

Terceira prova – Turma D 27/06/2013

1ª Questão (2,5 pontos)

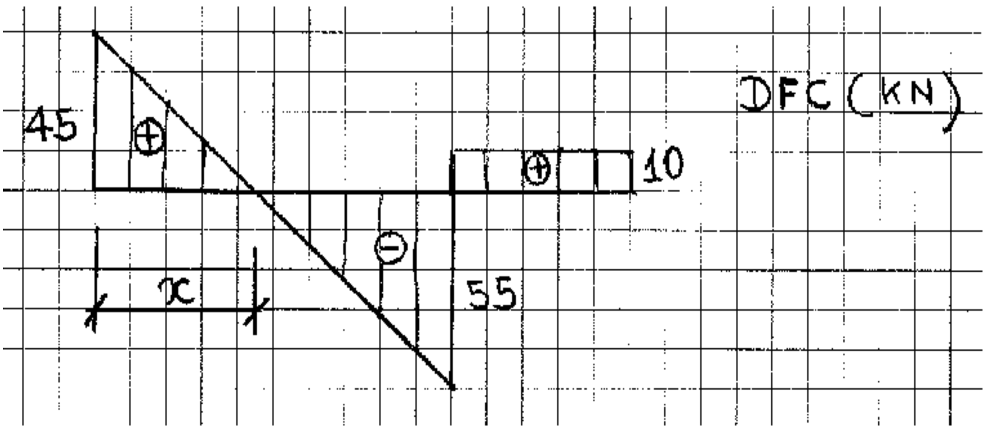
1) Para a viga mostrada na figura:
a) calcular as reações de apoio;
b) desenhar o diagrama de força cortante com cotas e sinais;
c) desenhar o diagrama de momento de flexão com cotas e sinais;
d) calcular o ponto e o valor do momento de flexão máximo no vão AB.



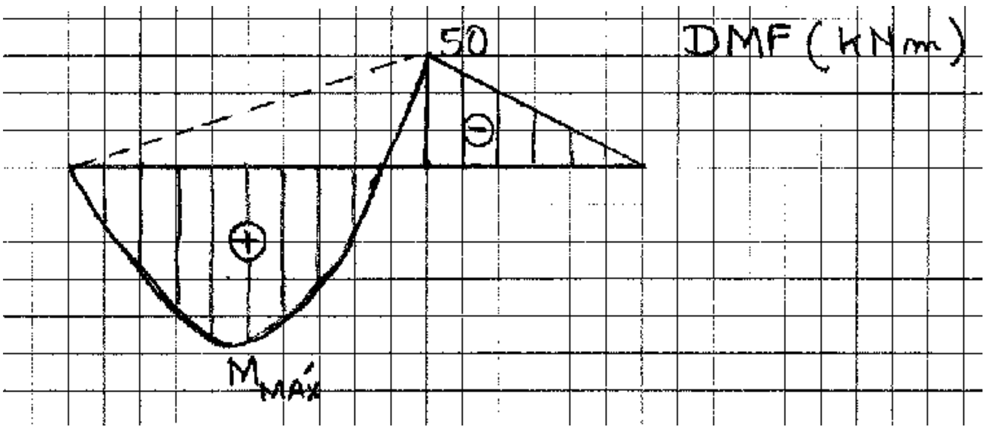
Resposta:

a) $V_A = 45\,kN \quad V_B = 65\,kN$

b)



c)

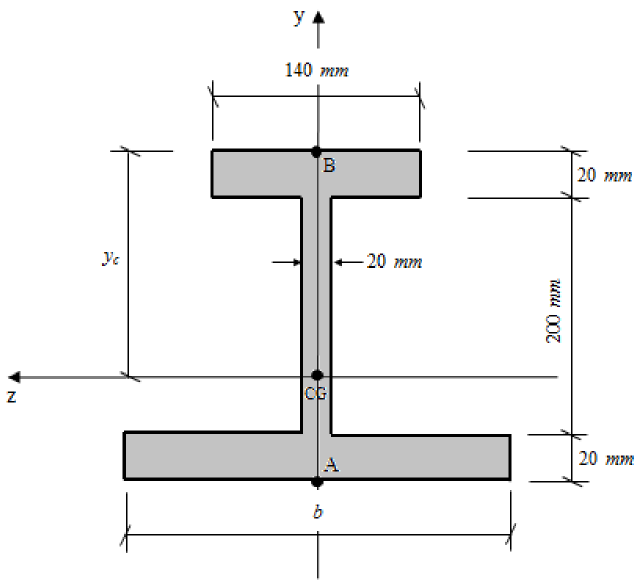


d) No ponto de força cortante nula se tem o momento de flexão máximo:

$$tg\,\alpha = \frac{45}{x} = \frac{55}{10-x} \rightarrow x = 4,50\,m \quad \therefore\ M_{máx} = 45\times 4,50 - 10\times 4,50\times\frac{4,50}{2} = 101,25\,kNm$$

2ª Questão (2,5 pontos)

Uma viga-W de perfil assimétrico é solicitada por um momento fletor, o qual causa tensões normais de compressão σ_A nas fibras superiores da viga e de tração σ_B nas fibras inferiores. Para uma relação $\sigma_B / \sigma_A = -1{,}5$, determine a largura b da aba inferior da viga. [2,5 pontos]



As equações fundamentais para resolução da questão são: $\sigma_x = \dfrac{M\ E\ y}{\int_A E\ y^2\ dA}$, $\quad y_c = \dfrac{\int_A E\ y\ dA}{\int_A E\ dA}$

Resposta:

$$\frac{\sigma_{xB}}{\sigma_{xA}} = -1{,}5 \rightarrow \left(\frac{M\ y}{I_z}\right)_B \left(\frac{I_z}{M\ y}\right)_A = -1{,}5 \rightarrow \frac{-y_c}{(240 - y_c)} = -1{,}5 \rightarrow -y_c - 1{,}5\,y_c = -360 \rightarrow y_c = \frac{360}{2{,}5} = 144\ mm$$

$$y_c = \frac{\int_A E\ y\ dA}{\int_A E\ dA} = \frac{\int_A y\ dA}{A} = \frac{S'_z}{A} = \frac{y_{c1}\ A_1 + y_{c2}\ A_2 + y_{c3}\ A_3}{A_1 + A_2 + A_3} = 144$$

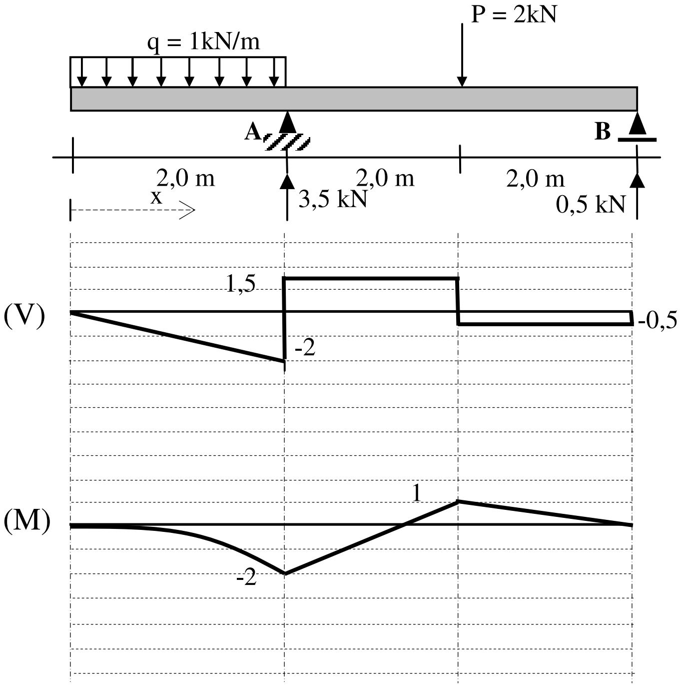
$$y_c = \frac{10(20.140) + 120(20.200) + 230(20.b)}{(20.140) + (20.200) + (20.b)} = 144$$

$$508\,000 + 4\,600\,b = 979\,200 + 2\,880\,b$$

$$\therefore \quad b = 273{,}95\,mm$$

$3^{\underline{a}}$ Questão (2,5 pontos)

Calcular as reações de apoio e em seguida determinar as expressões algébricas e traçar os diagramas de esforço cortante e momento fletor da viga ao lado.



$$\frac{dV(x)}{dx} = -q(x)$$

$$\frac{dM(x)}{dx} = V(x)$$

Resposta:
Reações de apoio: indicadas na figura.

Expressão analítica do esforço cortante (em kN):

$0 \le x < 2: \ V(x) = -x$

$2 < x < 4: \ V(x) = 1,5$

$4 < x < 6: \ V(x) = -0,5$

Expressão analítica do momento fletor (em kNm):

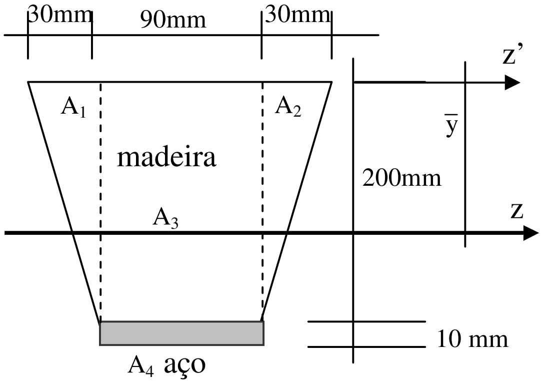
$0 \le x \le 2: \ M(x) = -0,5x^2$

$2 \le x \le 4: \ M(x) = 1,5x - 5$

$4 \le x \le 6: \ M(x) = -0,5x + 3$

4ª Questão (2,5 pontos)

Uma viga é construída em aço e madeira, com seção transversal mostrada na figura abaixo. As peças de madeira e aço são coladas entre si. O módulo de elasticidade da madeira é $E_{mad} = 10{,}5GPa$ e o do aço é $E_{aço} = 210GPa$. Sabendo-se que a tensão admissível de cisalhamento da cola é $\tau_{adm}^{cola} = 8MPa$, determinar o maior esforço cortante $V_{máx}$ que a viga pode suportar.



Área retangular $I = \int_A y^2 dA = \dfrac{bh^3}{12}$

Área triangular $I = \int_A y^2 dA = \dfrac{bh^3}{36}$

$$\tau_{xy} = \frac{V}{b\int_A Ey^2 dA} \int_y^{y_{máx}} Eybdy$$

A linha neutra passa a $\bar{y} = 140{,}2mm$ do bordo superior. $\int_A Ey^2 dA = E_{mad} \times 210.597.680mm^4$.

Resposta:

A na cola ocorre para $y = 200 - \bar{y} = 59{,}8mm$.

$$\int_{200-\bar{y}}^{210-\bar{y}} Eybdy = E_{aço} \times 90 \times 10 \times (205 - \bar{y}) = E_{mad} \times 20 \times 90 \times 648mm^3$$

$$\tau_{cola}^{máx} = 8MPa = \frac{V_{máx}}{b\int_A Ey^2 dA} \int_{200-\bar{y}}^{210-\bar{y}} Eybdy \qquad \Rightarrow \quad V_{máx} = \frac{8MPa \times 90mm \times 210.597.680mm^4}{90 \times 20 \times 648mm^3} \approx 130\ kN .$$