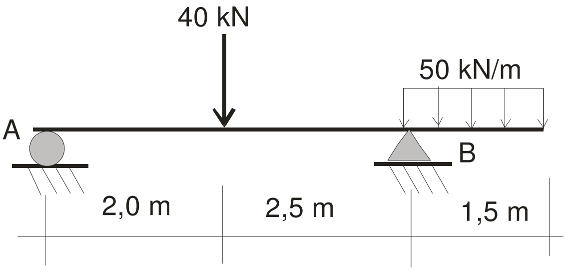
ENG 1007 – INTRODUÇÃO À MECÂNICA DOS SÓLIDOS

Terceira prova – turma C 25/06/2013

1ª Questão (2,5 pontos)

1) Para a viga mostrada na figura:
   a) calcular as reações de apoio;
   b) desenhar o diagrama de força cortante com cotas e sinais;
   c) desenhar o diagrama de momento de flexão com cotas e sinais;
   d) calcular o ponto e o valor do momento de flexão máximo no vão AB.



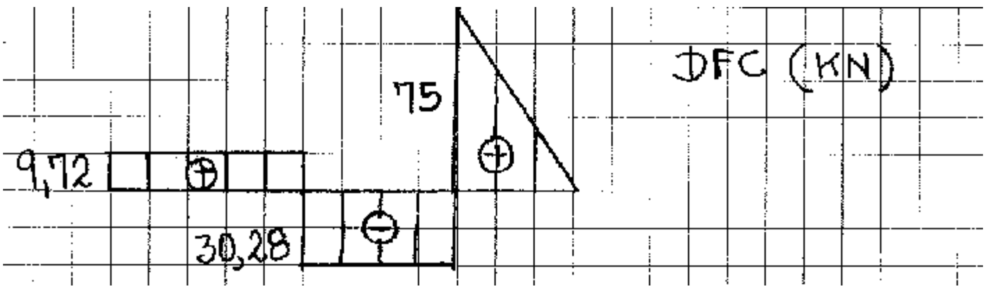
a)

$$\Sigma F_y = 0 \quad \rightarrow \quad V_A + V_B = 40 + 1{,}5 \times 50 = 115\,kN$$

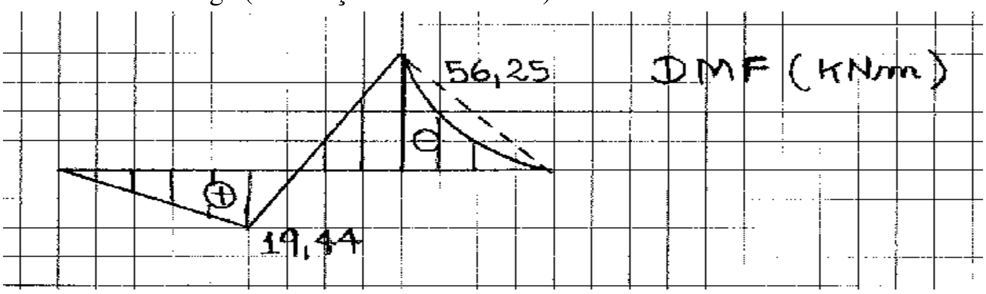
$$\Sigma M_A = 0 \quad \rightarrow \quad 40 \times 2{,}0 - (2{,}0 + 2{,}5)V_B + 1{,}5 \times 50\left(2{,}0 + 2{,}5 + \frac{1{,}5}{2}\right) = 0$$

$$V_B = 105{,}28\,kN \quad \therefore \quad V_A = 9{,}72\,kN$$

b)



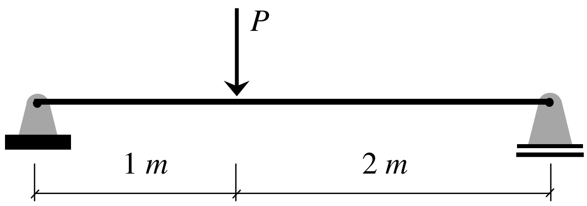
c) O diagrama de momento de flexão pode ser desenhado considerando-se os momentos positivos acima do eixo da viga (convenção estadunidense).

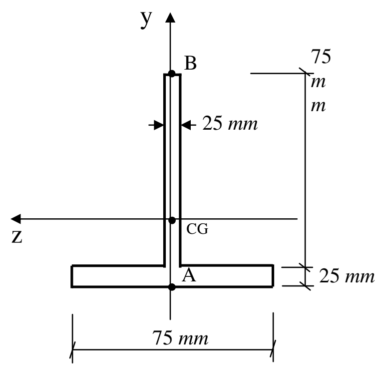


d) O momento máximo ocorre no ponto de aplicação da força concentrada:

$$M_{máx} = 9{,}72 \times 2{,}0 = 19{,}44\,kNm$$

2ª Questão (2,5 pontos)
Uma viga simplesmente apoiada, com seção transversal em forma de T, suporta uma carga concentrada $P = 6\ kN$, conforme mostrado na figura. Determine:





a) A tensão máxima de tração; [1,5 pontos]
b) A tensão máxima de compressão. [1,0 ponto]

As equações fundamentais para resolução da questão são: $\sigma_x = \dfrac{M\ E\ y}{\int_A E\ y^2\ dA}$, $\qquad y_c = \dfrac{\int_A E\ y\ dA}{\int_A E\ dA}$

Obs.: não é necessário traçar os diagramas de esforço cortante e momento fletor.

a) Tensão máxima de tração; [1,5 pontos]

$$M = \frac{P\,a\,b}{L} = \frac{(6.10^3)(1)(2)}{3} = 4000\ N.m$$

$$y_c = \frac{\int_A E\ y\ dA}{\int_A E\ dA} = \frac{y_{c1}\ A_1 + y_{c2}\ A_2}{A_1 + A_2} = \frac{(100-12{,}5)(25.75)+(75/2)(25.75)}{2(25.75)} = 62{,}5\ mm$$

$$I_z = \bar{y}_1^2\ A_1 + \frac{b_1\ h_1^3}{12} + \bar{y}_2^2\ A_2 + \frac{b_2\ h_2^3}{12}$$

$$I_z = 0{,}025^2\,(0{,}025.0{,}075) + \frac{0{,}075.0{,}025^3}{12} + 0{,}025^2\,(0{,}025.0{,}075) + \frac{0{,}025.0{,}075^3}{12} = 3{,}3203.10^{-6}\ m^4$$

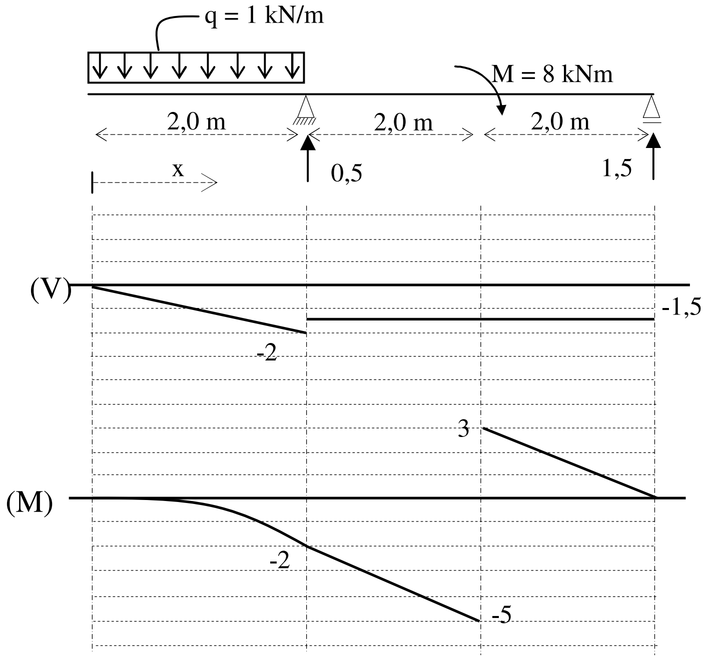
$$\sigma_{xA} = \frac{M\ E\ y}{\int_A E\ y^2\ dA} = \frac{4\,000\,(0{,}1-0{,}0625)}{3{,}3203.10^{-6}} = 45{,}177\ MPa$$

b) Tensão máxima de compressão; [1,0 ponto]

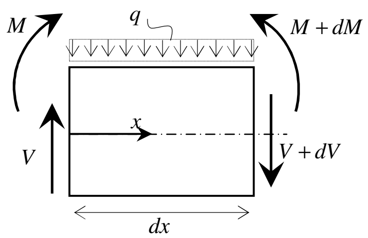
$$\sigma_{xB} = \frac{M\ E\ y}{\int_A E\ y^2\ dA} = \frac{4\,000\,(-0{,}0625)}{3{,}3203.10^{-6}} = -75{,}294\ MPa$$

3ª Questão (2,5 pontos)

Calcular as reações de apoio e em seguida determinar as expressões e traçar os diagramas de esforço cortante e momento fletor da viga ao lado.



$$\frac{dV(x)}{dx} = -q(x) \qquad \frac{dM(x)}{dx} = V(x)$$



Resposta:

Reações de apoio: indicadas na figura.

Expressão analítica do esforço cortante, conforme indicado na figura (em kN):

$0 \le x < 2m$: $V(x) = -x$; $\qquad$ $2m < x < 6m$: $V(x) = -1,5$

Expressão analítica do momento fletor, conforme indicado na figura (em kNm):

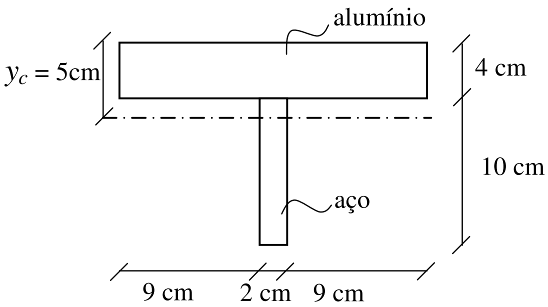
$0 \le x \le 2m$: $M(x) = -\dfrac{x^2}{2}$; $\qquad$ $2m \le x < 4m$: $M(x) = -1,5x + 1$; $\qquad$ $4 < x \le 6$: $M(x) = -1,5x + 9$

4ª Questão (2,5 pontos)

Uma viga é construída em alumínio e aço, conforme a figura abaixo. O módulo de elasticidade do alumínio é $E_{al} = 70GPa$ e do aço é $E_{aço} = 210GPa$.

a) Sabendo que as tensões máximas admissíveis de tração e compressão para o alumínio e o aço são, respectivamente, $\sigma_{al}^{adm} = 100MPa$ e $\sigma_{aço}^{adm} = 200MPa$, pede-se determinar o maior momento fletor $M^{máx}$ que a viga pode suportar.

b) Sabendo que a tensão máxima admissível de cisalhamento o aço é $\tau_{aço}^{adm} = 100MPa$, pede-se determinar o correspondente esforço cortante máximo $V^{máx}$ que a viga pode suportar.



$$\sigma_x = \frac{MEy}{\int_A Ey^2 dA} \qquad \tau_{xy} = \frac{V}{b\int_A Ey^2 dA}\int_y^{y_{máx}} Eybdy$$

A altura da linha neutra está indicada na figura; $\int_A Ey^2 dA = E_{al} \times \frac{6860}{3}\text{cm}^4$.

Resposta:

a) Momento admissível M^{adm} para o alumínio (unidades: MN e cm)

$$\sigma_{al}^{adm} \geq \frac{M^{adm} E_{al} y_c}{\int_A Ey^2 dA} \Rightarrow M^{adm} \leq \frac{\overbrace{\sigma_{al}^{adm}}\int_A Ey^2 dA}{E_{al} y_c} = \frac{\overbrace{100\times10^{-4}}\times70\times\frac{6860}{3}}{70\times5} = 4{,}5733\text{MN.cm}$$

Momento admissível M^{adm} para o aço (unidades: MN e cm)

$$\sigma_{aço}^{adm} \geq \frac{M^{adm} E_{aço}(14-y_c)}{\int_A Ey^2 dA} \Rightarrow M^{adm} \leq \frac{\overbrace{\sigma_{aço}^{adm}}\int_A Ey^2 dA}{E_{aço}(14-y_c)} = \frac{\overbrace{200\times10^{-4}}\times70\times\frac{6860}{3}}{210\times9} = 1{,}6938\text{MN.cm}$$

O momento máximo admissível é o menor dos dois valores acima: $\boxed{M^{adm} = 16{,}938\,kN.m}$

b) Esforço cortante máximo $V^{máx}$ para a tensão máxima de cisalhamento no aço (unidades: kN e cm), que ocorre no centro de gravidade da seção:

$$\tau_{aço}^{adm} = \frac{V^{máx}\int_y^{y_{máx}} Eybdy}{b\int_A Ey^2 dA} \quad \Rightarrow \quad V^{máx} = \frac{\overbrace{\tau_{aço}^{adm}}b\int_A Ey^2 dA}{\int_y^{y_{máx}} Eybdy} = \frac{\overbrace{100\times10^{-1}}\times2\times70\times\frac{6860}{3}}{210\times2\times9\times4{,}5} = 188{,}2\,kN$$