ENG 1007 – INTRODUÇÃO À MECÂNICA DOS SÓLIDOS

Segunda prova – turma C 14/05/2013

1ª Questão (2,5 pontos)

O eixo propulsor de um navio é vazado e gira a $120\,rpm$, submetido a momento de torção que ocasiona uma tensão de cisalhamento máxima de $40\,MPa$. O raio externo do eixo é $0{,}22\,m$ e o raio interno a metade desse valor. Qual a potência do motor em *hp*?

$$P = 2\pi\, nT \;;\quad \tau(x,\rho) = \frac{T(x)G\rho}{2\pi\int_0^{r(x)} G\rho^3 d\rho}\;;\ 1\ hp = 746\ W.$$

Resposta:

$$J = \frac{\pi}{2}\left(r_e^4 - r_i^4\right) = \frac{\pi}{2}\left[r_e^4 - \left(0{,}5r_e\right)^4\right] = \frac{\pi}{2} r_e^4\left(1 - 0{,}0625\right) = 1{,}473\, r_e^4$$

$$\tau_{máx} = \frac{T\, r_e}{J} = 40\,MPa = 40\times10^6\ Pa \Rightarrow \frac{T\, r_e}{1{,}473\, r_e^4} = 40\times10^6 \Rightarrow T = 58{,}92\times10^6\, r_e^3$$

$$T = 58{,}92\times10^6\times0{,}22^3 = 0{,}6274\times10^6\ Nm = 627{,}4\,kNm$$

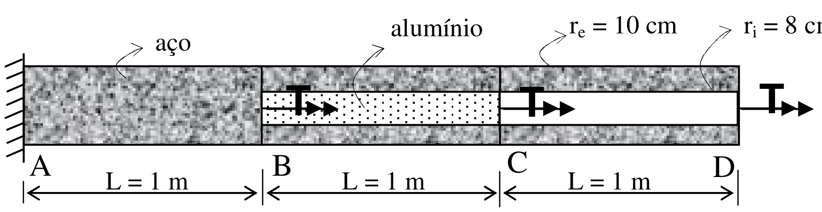
$$P = 2\pi\, nT = \frac{2\pi\times\frac{120}{60}\times0{,}6274\times10^6}{746} = 10.569\,hp$$

2ª Questão (2,5 pontos)

O eixo formado pelos segmentos AB (peça de aço maciço), BC (tubo de aço e núcleo de alumínio) e CD (tubo de aço com núcleo vazio), tal como mostra a figura, está solicitado a torção pura. Pede-se

a) esboçar o diagrama de momento de torção com os valores numéricos em cada trecho e o sinal;
b) calcular o momento de torção máximo resistido pelo núcleo de alumínio, para $\tau_{adm} = 400MPa$;
c) calcular o ângulo máximo de rotação no trecho AB.

DADOS: $G_{AL} = 28\,GPa\,; G_{AÇO} = 84\,GPa\,; T = 100\,kN.m\,;$

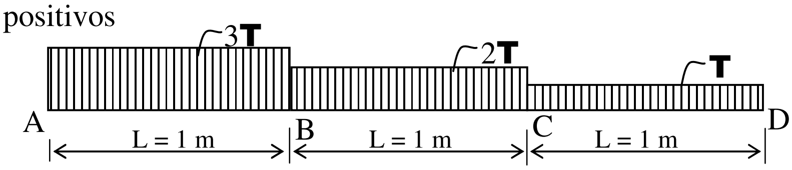


$$\tau(x,\rho) = \frac{T(x)G\rho}{2\pi\int_0^{r(x)} G\rho^3 d\rho}$$

$$d\varphi = \frac{T\,dx}{2\pi\int_0^{r} G\rho^3 d\rho}$$

Resposta:

A) Todos são positivos



$$3T = 300\,kN.m;\ 2T = 200\,kN.m;\ T = 100\,kN.m$$

B) Momento de torção máximo resistido pelo núcleo de alumínio

$$\tau_{máx} = \frac{2TG_{AL}r_i}{\frac{\pi}{2}\left[G_{AL}r_i^4 + G_{AÇO}\left(r_e^4 - r_i^4\right)\right]} = \frac{2T\times 28\times 0,08}{\frac{\pi}{2}\left[28\times 0,08^4 + 84\left(0,10^4 - 0,08^4\right)\right]} = \tau_{adm}\,(MPa);$$

$T =$ será função da tensão admissível fornecida durante a prova

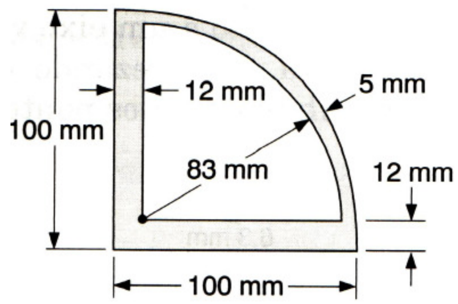
C) Cálculo do ângulo máximo de rotação no trecho AB.

$$\varphi_{AB} = \frac{3TL}{G_{aço}\frac{\pi}{2}r_e^4}$$

$$\varphi_{AB} = \frac{300\times 1\times 10^{-9}}{84\frac{\pi}{2}\times 0,1^4} = 0,023\,rad$$

3ª Questão (2,5 pontos)

Um eixo vazado de latão tem a seção transversal mostrada na figura. Sabendo-se que a tensão de cisalhamento não deve exceder 80 *MPa*, a rotação entre seções tem que ser $d\varphi/dx \le 0,01\,rad$ (e desprezando-se o efeito da concentração de tensões), determinar o maior torque que pode ser aplicado ao eixo. O módulo de elasticidade transversal do latão é G = 39 *GPa*.



$$\tau = \frac{\mathbf{T}}{2A_m t} \qquad d\varphi = \frac{\mathbf{T}}{4A_m^2 G}\int_{C_m}\frac{ds}{t}\,dx$$

Resposta:

A área média A_m é $\pi(100-6-2,5)^2/4mm^2 = 0,006576m^2$.

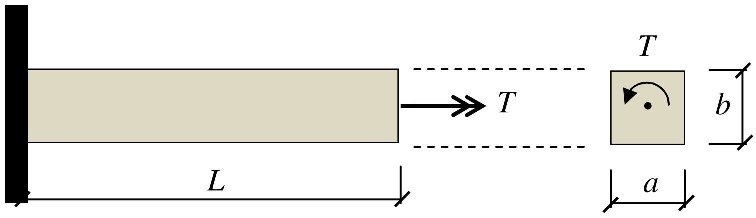
a) $\tau_{adm} = 80MN/m^2 \ge \frac{\mathbf{T}}{2\times 0,006576m^2\times 0,005m} \Rightarrow \mathbf{T} \le 5,260kN.m$;

b) $d\varphi/dx = 0,01\,rad \ge \frac{\mathbf{T}\times(2(100-6-2,5)/12 + \pi(100-6-2,5)/2/5}{4\times 0,006576^2 m^4\times 39\times 10^3 MN/m^2} \Rightarrow \mathbf{T} \le 1,533kN.m$.

Portanto, $\mathbf{T}_{máx} = 1,533kN.m$

4ª Questão (2,5 pontos)

A barra de aço dada na figura é engastada em uma de suas extremidades e solicitada por um torque $T = 423,28\,N\,m$ na outra (extremidade livre). Considerando o ângulo de torção por unidade de comprimento admissível $(\phi\ /L)_{adm} = 5^o/m$, determine:



a) A dimensão *b* necessária para se ter uma barra de seção transversal retangular com *a* = 2,5 *b*.

b) A dimensão *b* necessária para se ter uma barra de seção transversal quadrada (*a* = *b*).

Para solução considere G = 80 *GPa* e $\Delta\varphi = \dfrac{T\,L}{\beta\, a\, b^3\, G}$, onde β pode ser obtida abaixo:

a/b	1,0	1,5	2,0	2,5	3,0	4,0	5,0	10,0	∞
α	0,208	0,231	0,246	0,256	0,267	0,282	0,292	0,312	0,333
β	0,141	0,196	0,229	0,249	0,263	0,281	0,291	0,312	0,333

Resposta:

$$\Delta\varphi = \frac{T\,L}{\beta\, a\, b^3\, G} \rightarrow \left(\frac{\varphi}{L}\right)_{adm} = \frac{T}{\beta\, a\, b^3\, G}$$

a) 2,5 pontos

$$\frac{T}{\beta\, a\, b^3\, G} = \left(\frac{\varphi}{L}\right)_{adm} \rightarrow \frac{T}{\beta(2{,}5b)b^3\, G} = \left(\frac{\varphi}{L}\right)_{adm} \rightarrow b^4 = \frac{T}{2{,}5\,\beta\, G\,(\varphi/L)_{adm}} \rightarrow b = \sqrt[4]{\frac{T}{2{,}5\,\beta\, G\,(\varphi/L)_{adm}}}$$

$$\therefore\ b = \sqrt[4]{\frac{423{,}28}{(2{,}5)(0{,}249)(80.10^9)\left(\frac{5\pi}{180}\right)}} \rightarrow b = 17{,}6660\, mm$$

b) 1,0 ponto

$$\frac{T}{\beta\, a\, b^3\, G} = \left(\frac{\varphi}{L}\right)_{adm} \rightarrow \frac{T}{\beta(b)b^3\, G} = \left(\frac{\varphi}{L}\right)_{adm} \rightarrow b^4 = \frac{T}{\beta\, G\,(\varphi/L)_{adm}} \rightarrow b = \sqrt[4]{\frac{T}{\beta\, G\,(\varphi/L)_{adm}}}$$

$$\therefore\ b = \sqrt[4]{\frac{423{,}28}{(0{,}141)(80.10^9)\left(\frac{5\pi}{180}\right)}} \rightarrow b = 25{,}6075\, mm$$