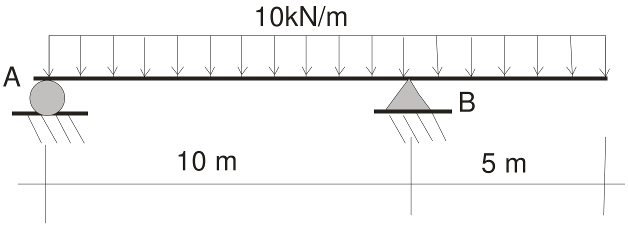
ENG 1007 – INTRODUÇÃO À MECÂNICA DOS SÓLIDOS

Terceira prova – turmas A e E 25/06/2013

1ª Questão (2,5 pontos)

1) Para a viga mostrada na figura:
   a) calcular as reações de apoio;
   b) desenhar o diagrama de força cortante com cotas e sinais;
   c) desenhar o diagrama de momento de flexão com cotas e sinais;
   d) calcular o ponto e o valor do momento de flexão máximo no vão AB.

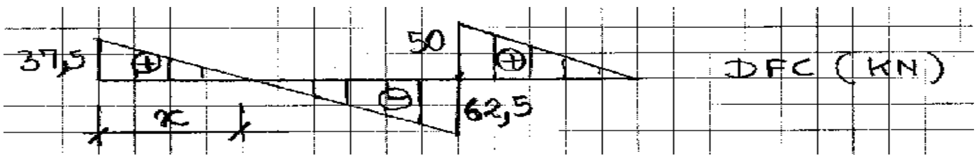


a)

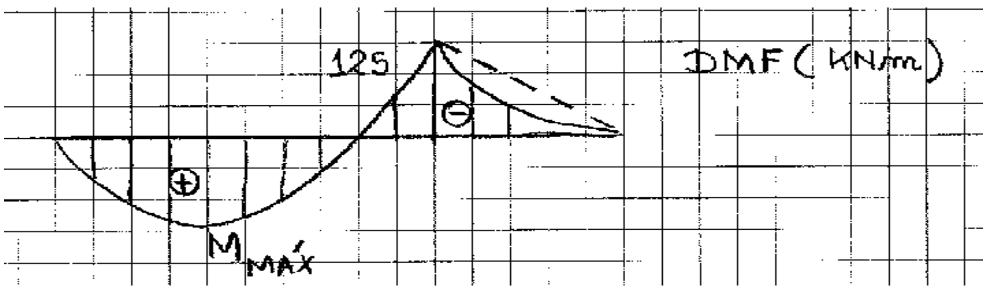
$$\Sigma F_x = 0 \quad \rightarrow \quad V_A + V_B = 15 \times 10 = 150$$

$$\Sigma M_A = 0 \quad \rightarrow \quad 150 \times \frac{15}{2} + 10 V_B = 0 \quad \rightarrow V_B = 112{,}5\,kN \quad \therefore \quad V_A = 37{,}5\,kN$$

b)



c) O diagrama de momento de flexão pode ser desenhado considerando-se os momentos positivos acima do eixo da viga (convenção estadunidense).



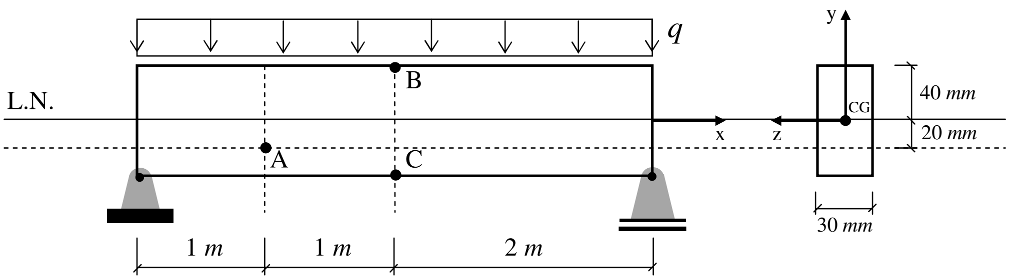
d) No ponto de força cortante nula se tem o momento de flexão máximo:

$$tg\,\alpha = \frac{37{,}5}{x} = \frac{62{,}5}{10 - x} \quad \rightarrow \quad x = 3{,}75\,m$$

$$M_{máx} = 37{,}5 \times 3{,}75 - 3{,}75 \times 10 \times \frac{3{,}75}{2} = 70{,}32\,kNm$$

2ª Questão (2,5 pontos)

Uma viga simplesmente apoiada (E = 210,0 GPa), de seção transversal retangular, suporta uma carga q = 1,0 kN/m. Determine:



a) As tensões máximas de tração e de compressão no meio do vão; [1,0 ponto]
b) A tensão normal no ponto A; [1,0 ponto]
c) O raio de curvatura ρ da viga. [0,5 pontos]

As equações fundamentais para resolução da questão são: $\sigma_x = \dfrac{M\ E\ y}{\int_A E\ y^2\ dA}$, $\varepsilon_x = -\dfrac{y}{\rho}$

Obs.: não é necessário traçar os diagramas de esforço cortante e momento fletor.

a) Tensões máximas de tração e de compressão no meio do vão; [1,0 ponto]

$$\sigma_x = \frac{M\ E\ y}{\int_A E\ y^2\ dA} = \frac{M\ y}{I_z} = \frac{q\ L^2}{8}\frac{12}{b\ h^3}\ y$$

$$\sigma_{xC} = \frac{(1.10^3)(4^2)}{8}\frac{12}{(0{,}03)(0.08^3)}(0{,}08-0{,}04) = 62{,}5\ MPa$$

$$\sigma_{xB} = \frac{(1.10^3)(4^2)}{8}\frac{12}{(0{,}03)(0.08^3)}(-0{,}04) = -\ 62{,}5\ MPa$$

b) Tensão normal no ponto A; [1,0 ponto]

$$0 \le x \le 4$$
$$q = -1$$
$$Q(x) = -1\ x + 2$$
$$M(x) = -0{,}5\ x^2 + 2\ x \rightarrow M(x=1{,}0) = -\ 0{,}5 + 2 = 1{,}5\ kN/m$$

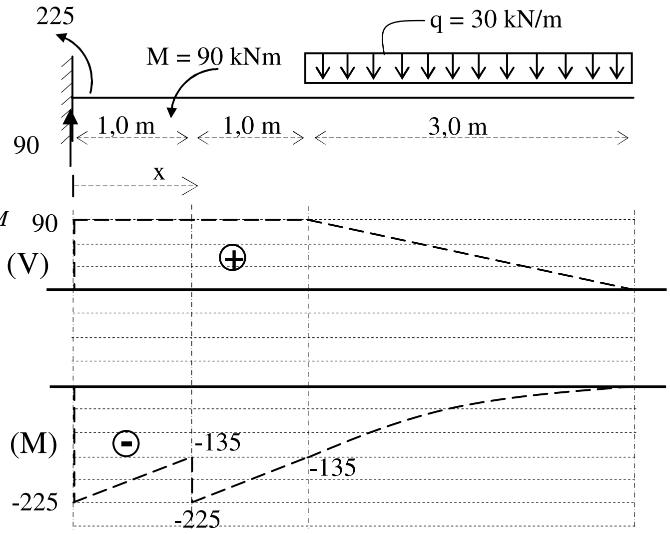
$$\sigma_{xA} = \frac{(1{,}5.10^3)(0{,}06-0{,}04)(12)}{(0{,}03)(0.08^3)} = 23{,}4375\ MPa$$

c) Raio de curvatura ρ da viga. [0,5 ponto]

$$\varepsilon_x = -\frac{y}{\rho} \rightarrow \frac{\sigma_x}{E} = -\frac{y}{\rho} \rightarrow \rho = -\frac{E\ y}{\sigma_x} = -\frac{(210.10^9)(-0{,}02)}{(23{,}4375.10^6)} = 179{,}2\,m$$

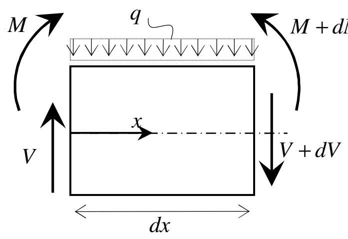
3ª Questão (2,5 pontos)

Calcular as reações de apoio e em seguida determinar as expressões e traçar os diagramas de esforço cortante e momento fletor da viga ao lado.



$$\frac{dV(x)}{dx} = -q(x)$$

$$\frac{dM(x)}{dx} = V(x)$$



Resposta:

Reações de apoio: indicadas na figura.

Expressão analítica do esforço cortante (em kN):

$0 < x \leq 2: \; V(x) = 90$

$2 \leq x \leq 5: \; V(x) = 90 - 30 \times (x - 2)$

Expressão analítica do momento fletor (em kNm):

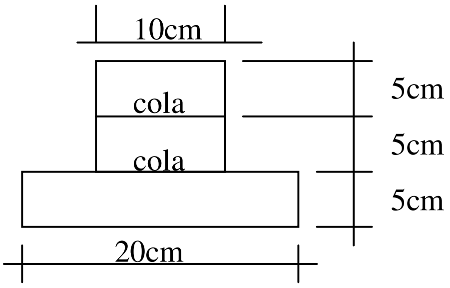
$0 \leq x < 1: \; M(x) = -225 + 90x$

$1 < x \leq 2: \; M(x) = -225 + 90 \times (x - 1)$

$2 \leq x \leq 5: \; M(x) = -375 + 150x - 15x^2$

4ª Questão (2,5 pontos)

Uma viga de madeira simplesmente apoiada com vão L = 1m suporta uma carga uniformemente distribuída *q*. A viga foi construída colando-se 3 tábuas, conforme seção transversal mostrada na figura abaixo. Sabendo-se que a tensão de cisalhamento admissível nas juntas coladas é 350 kPa, pede-se determinar o valor máximo da carga *q* que pode ser aplicada na viga.



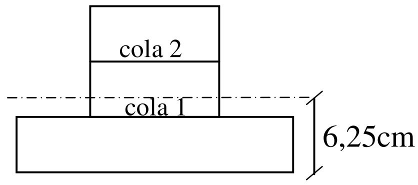
$$\tau_{yz} = \frac{VQ}{bI}$$

$$Q = \int_{y_1}^{y_{máx}} y\,dA$$

$$I = \int_A y^2\,dA$$

Resposta:

a) Posição do eixo neutro em relação à base da seção transversal



$$\bar{y} = \frac{A_1\tilde{y}_1 + A_2\tilde{y}_2}{A_1 + A_2} = \frac{5x20x2{,}5 + 10x10x10}{5x20 + 10x10} = 6{,}25cm$$

b) Momento de Inércia I em relação ao eixo neutro:

$$\bar{I}_2 = \tilde{I}_2 + A_2 d_2^2 = \frac{10x10^3}{12} + 10x10x(10 - 6{,}25)^2 = 2239{,}58cm^4$$

$$\bar{I}_1 = \tilde{I}_1 + A_1 d_1^2 = \frac{20x5^3}{12} + 20x5x(6{,}25 - 2{,}5)^2 = 1614{,}58cm^4 \qquad I = \bar{I}_1 + \bar{I}_2 = 3854{,}16\,cm^4$$

c) Cálculo da força cortante admissível, considerando a cola 1:

$$Q_1 = \int_A ydA = \int_{1,25}^{6,25} 20ydy = y'A' = (6{,}25 - 2{,}50)x20x5 = 375cm^3$$

$$\frac{V_{máx}Q_1}{Ib_1} \le \tau_{adm} \quad \Rightarrow \quad V_{máx} \le \frac{350x10^3\,x3854{,}16x10^{-8}\,x10x10^{-2}}{375x10^{-6}} = 3597N$$

Cálculo da força cortante admissível, considerando a cola 2:

$$Q_2 = \int_A ydA = \int_{-3,75}^{-8,75} 10\,ydy = y'A' = (12{,}5 - 6{,}25)x10x5 = 312{,}5\,cm^3$$

$$\frac{V_{máx}Q_1}{Ib_1} \le \tau_{adm} \quad \Rightarrow \quad V_{máx} \le \frac{350x10^3\,x3854{,}16x10^{-8}\,x10x10^{-2}}{312{,}5x10^{-6}} = 4316N$$

Portanto, $\boxed{V_{máx} = 3597N}$.

e) Carga uniforme máxima

$$V_{máx} = \frac{q^{máx}\ell}{2} \quad \Rightarrow \quad q^{máx} = 2\times1\times3597 = 7194N/m \quad \Rightarrow \quad \boxed{q^{máx} \approx 7{,}2kN/m}$$