ENG 1007 – INTRODUÇÃO À MECÂNICA DOS SÓLIDOS

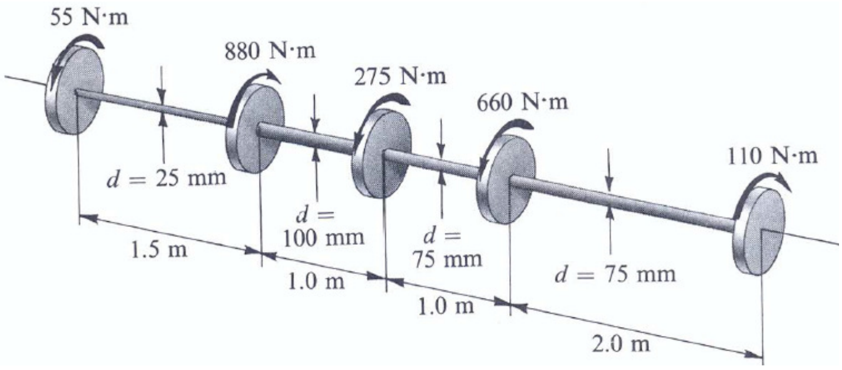
Segunda prova – turma D 24/04/2014

1ª Questão (2,5 pontos)

O eixo cilíndrico de seção transversal cheia, com diâmetro variável por trechos, está submetido aos torques indicados.

a) Qual é a máxima tensão de cisalhamento no eixo, e em que trecho ocorre?

b) Qual é o ângulo de rotação entre as seções em que estão aplicados os torques de 275Nm e 660Nm?

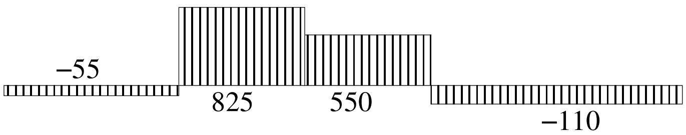


$$\tau = \frac{Tr}{J}$$

$$J = \frac{\pi d^4}{32}$$

$$\Delta\varphi = \frac{T\,\Delta L}{GJ}$$

Resposta:



a) $$\left|\tau_{máx}^{AB}\right| = \frac{55Nm}{\pi 0,025^3 m^3/16} = 17,927MPa$$

$$\tau_{máx}^{BC} = \frac{825Nm}{\pi 0,01^3 m^3/16} = 4,202MPa$$

$$\tau_{máx}^{CD} = \frac{550Nm}{\pi 0,075^3 m^3/16} = 6,640MPa$$

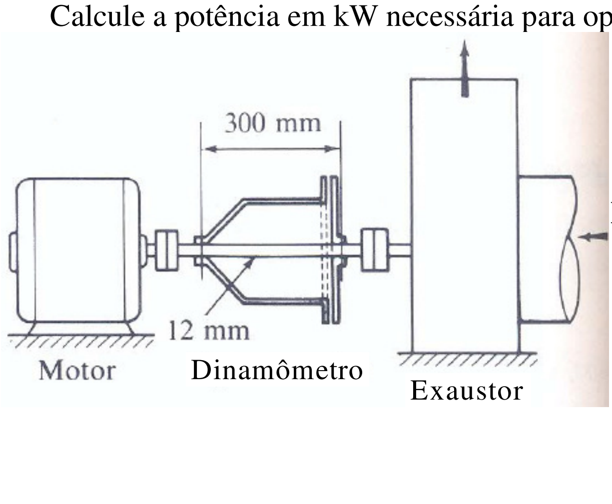
$$\left|\tau_{máx}^{DE}\right| = \frac{110Nm}{\pi 0,075^3 m^3/16} = 1,328MPa$$

b) $$\Delta\varphi_{CD} = \frac{550Nm\times 1m}{\pi 84\times 10^9 Pa\times 0,075^4 m^4/32} = \frac{177,06MPa}{G} = 0,00211rad \text{ para } G = 84GPa$$

2ª Questão (2,5 pontos)

Um dinamômetro é usado para calibrar a potência necessária para operar um exaustor a 20 Hz. O dinamômetro consiste em um eixo sólido de 12 mm de diâmetro e dois discos aplicados ao eixo a 300 mm de distância, como mostrado na figura. Um disco está anexado ao tubo na extremidade esquerda, enquanto o outro está próximo à extremidade de saída. O deslocamento angular relativo dos dois discos, medido com o auxílio de luz estroboscópica, foi de $6^0 0'$.

Calcule a potência em kW necessária para operar o exaustor na velocidade indicada. Use G = 84 GPa.



$$P = 2\pi nT \;; \quad \tau(x,\rho) = \frac{T(x)G\rho}{2\pi\int_0^{r(x)} G\rho^3 d\rho}$$

Resposta:

$$\Delta\varphi = \frac{6\pi}{180}rad = \frac{T\times 0,3m}{0,012^4 m^4\times 84GPa\times\pi/32} \Rightarrow T = 59,691Nm$$

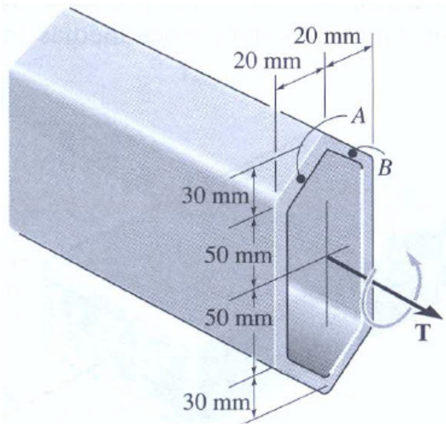
$$P = 2\pi\times 20T = 7,501kW$$

3ª Questão (2,5 pontos)

O tubo de plástico (G = 80 MPa) tem espessura de 5 mm e as dimensões médias mostradas. Para um torque T = 500Nm, determinar:

a) a tensão de cisalhamento média nos pontos A e B;

b) o ângulo máximo de torção do tubo, para um comprimento L = 2 m.



$$\tau = \frac{\mathbf{T}}{2A_m t} \qquad d\varphi = \frac{\mathbf{T}}{4A_m^2 G}\int_{C_m}\frac{ds}{t}\,dx$$

Resposta:

$$A_m = 0{,}1\times 0{,}04 + 0{,}030\times 0{,}04 = 0{,}0052m^2;$$

$$C_m = 2\times 0{,}1 + 4\times\sqrt{0{,}02^2+0{,}03^2} = 0{,}344m$$

a) $$\tau_{méd(A)} = \tau_{méd(B)} = \frac{500Nm}{2\times 0{,}0052m^2\times 0{,}005m} = 9{,}615MPa;$$

b) $$\Delta\varphi = \frac{500Nm\times 2m\times 0{,}344m}{4\times 0{,}0052^2m^4\times 80MPa\times 0{,}005m} = 7{,}956rad.$$

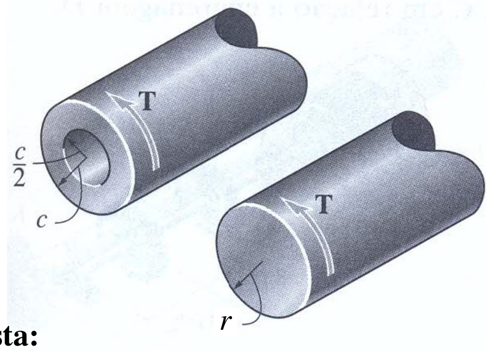
4ª Questão (2,5 pontos)

Os dois eixos da figura são feitos do mesmo material e estão submetidos ao mesmo torque **T**. O eixo da esquerda é vazado, com raio externo c e raio interno $c/2$. O eixo da direita tem seção transversal cheia e raio r, de tal modo que ambos os eixos tenham a mesma área de seção transversal: $\pi\left(c^2 - c^2/4\right) = \pi r^2$.

Mostrar que o tubo de seção vazada é mais eficiente que o tubo de seção maciça. Para isso, calcular, em relação aos valores do eixo de seção maciça, a porcentagem de diminuição

a) na tensão máxima de cisalhamento;

b) no ângulo de torção por unidade de comprimento do tubo.



$$\frac{d\phi}{dx} = \frac{T(x)}{2\pi\int_0^{r(x)} G\rho^3 d\rho}$$

$$\tau = \frac{T(x)G\rho}{2\pi\int_0^{r(x)} G\rho^3 d\rho}$$

Resposta:

$$3c^2/4 = r^2 \;\Rightarrow\; c = 2r/\sqrt{3}; \qquad \tau_{máx}^{cheio} = \frac{Tr}{\pi r^4/2} = \frac{2T}{\pi r^3}; \qquad \Delta\varphi^{cheio} = \frac{T\times 1}{G\pi r^4/2} = \frac{2T}{\pi r^4 G}.$$

a) $$\tau_{máx}^{vazado} = \frac{Tc}{\pi\left(c^4 - c^4/16\right)/2} = \frac{32T}{15\pi c^3}; \;\Rightarrow\; \tau_{máx}^{vazado}/\tau_{máx}^{cheio} = \frac{32T}{15\pi c^3}\frac{\pi r^3}{2T} = \frac{16}{15}\frac{r^3}{c^3} = \frac{6\sqrt{3}}{15} \approx 0{,}693$$

b) $$\Delta\varphi^{vazado} = \frac{T\times 1}{G\pi\left(c^4 - c^4/16\right)/2} = \frac{32T}{15\pi c^4 G}; \;\Rightarrow\; \Delta\varphi^{vazado}/\Delta\varphi^{cheio} = \frac{32T}{15\pi c^4 G}\frac{\pi r^4 G}{2T} = \frac{16}{15}\frac{r^4}{c^4} = \frac{3}{5} = 0{,}6$$

Isso comprova a eficiência do tubo vazado em relação ao cheio.