ENG 1007 – INTRODUÇÃO À MECÂNICA DOS SÓLIDOS

Segunda prova – turma A 22/10/2013

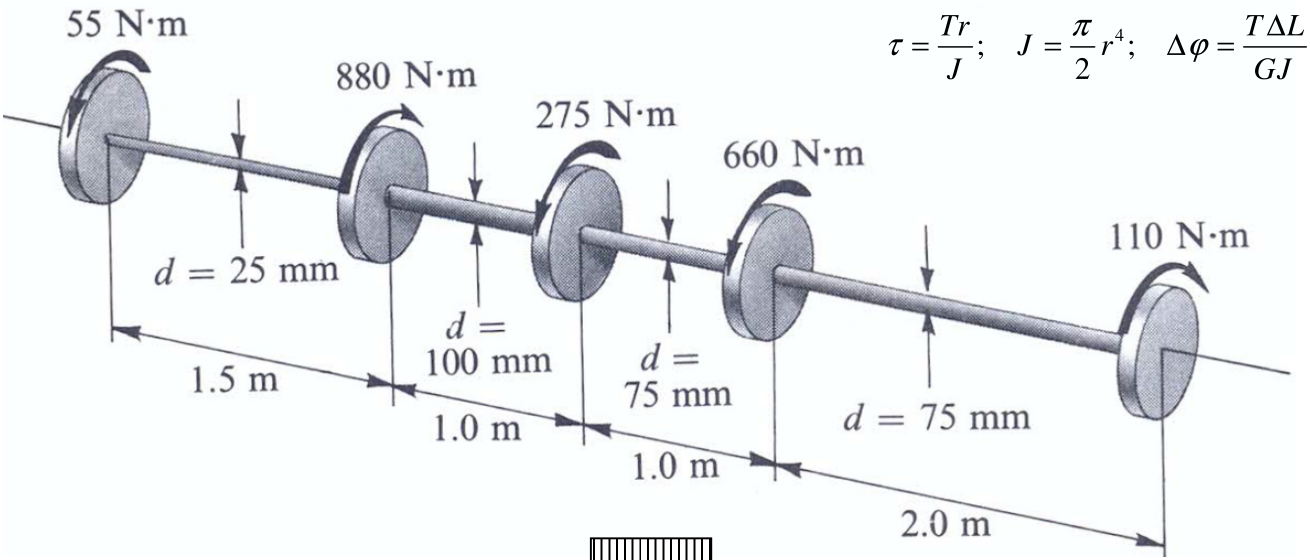
1ª Questão (2,5 pontos)

O eixo cilíndrico maciço de aço (G = 84*GPA*) mostrado abaixo está sob a ação dos torques indicados.

a) Calcular a máxima tensão de cisalhamento que ocorre no eixo, e em que trecho ocorre.

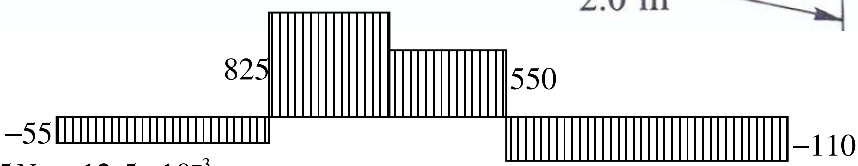
b) Calcular a rotação ocorrida entre as extremidades do eixo.

$$\tau = \frac{Tr}{J}; \quad J = \frac{\pi}{2} r^4; \quad \Delta\varphi = \frac{T\Delta L}{GJ}$$



Resposta

Diagrama de torques:



Primeiro trecho: $\tau_{máx} = \dfrac{55Nm \times 12,5 \times 10^{-3} m}{\pi/2 \times 12,5^4 \times 10^{-12} m^4} = 17,927MPa \Longleftarrow$ Máximo valor

Segundo trecho: $\tau_{máx} = \dfrac{825Nm \times 50 \times 10^{-3} m}{\pi/2 \times 50^4 \times 10^{-12} m^4} = 4,202MPa$

Terceiro trecho: $\tau_{máx} = \dfrac{550Nm \times 37,5 \times 10^{-3} m}{\pi/2 \times 37,5^4 \times 10^{-12} m^4} = 6,640MPa$

Quarto trecho: $\tau_{máx} = \dfrac{110Nm \times 37,5 \times 10^{-3} m}{\pi/2 \times 37,5^4 \times 10^{-12} m^4} = 1,328MPa$.

Rotação entre as extremidades do eixo (valores em N e m):

$$\Delta\varphi = \frac{1}{\pi/2 \times 84 \times 10^9}\left(\frac{-55 \times 1,5}{12,5^4 \times 10^{-12}} + \frac{825 \times 1,0}{50^4 \times 10^{-12}} + \frac{550 \times 1,0}{37,5^4 \times 10^{-12}} - \frac{110 \times 2,0}{37,5^4 \times 10^{-12}}\right) = -0,0233rad$$

2ª Questão (2,5 pontos)

Um eixo tubular de diâmetro interno de 30*mm* e diâmetro externo de 42*mm* é usado para transmitir 90*kW* de potência. Determinar a velocidade de rotação do eixo (*rpm*), sabendo-se que a tensão de cisalhamento máxima que ocorre no material é de 50*MPa*.

$$P = 2\pi nT \; ; \quad \tau(x,\rho) = \frac{T(x)G\rho}{2\pi\int_0^{r(x)} G\rho^3 d\rho}$$

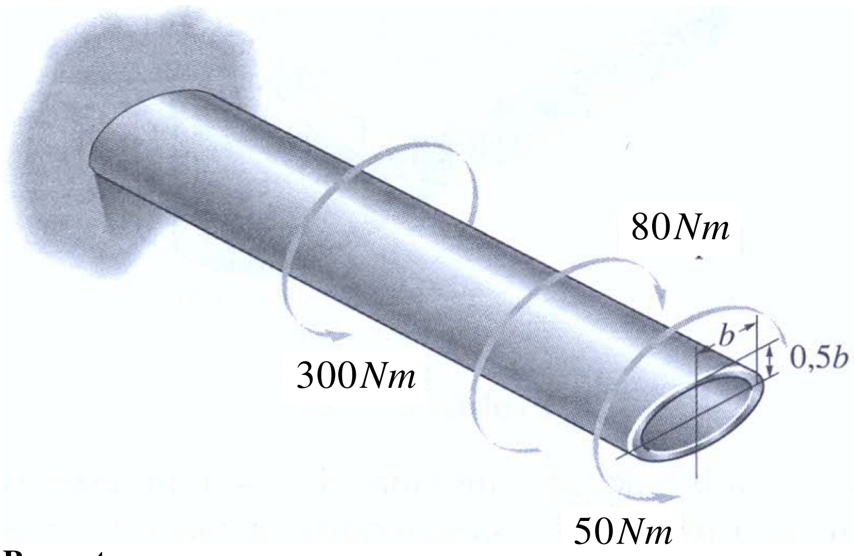
Resposta

$$\tau_{máx} = \frac{T \times 21\times10^{-3} m}{\pi/2 \times \left(21^4 - 15^4\right)\times 10^{-12} m^4} = 50\times10^6 Pa \quad \Rightarrow \quad T = 538N$$

$$P = 2\pi nT \quad \Rightarrow \quad 90KN/s = 2\pi n \times 538N \quad \Rightarrow \quad n = 26,62 rps = 1597,4 rpm$$

3ª Questão (2,5 pontos)

Um tubo de aço tem seção transversal elíptica com as dimensões médias mostradas e espessura constante t = 5*mm*. Determinar a dimensão *b* necessária para que o eixo resista ao torque aplicado, supondo que a tensão de cisalhamento admissível seja $\tau_{adm} = 100MPa$. A área média da elipse é $A_m = \pi ab$.

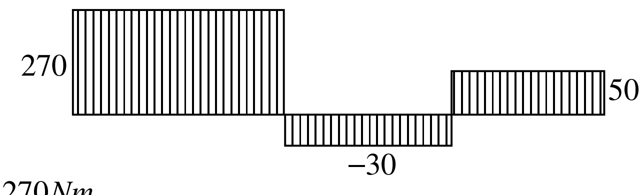


$$\tau = \frac{T}{2A_m t}$$

$$d\varphi = \frac{T}{4A_m^2 G}\int_{C_m} \frac{ds}{t}\, dx$$

Resposta

Diagrama de torques:



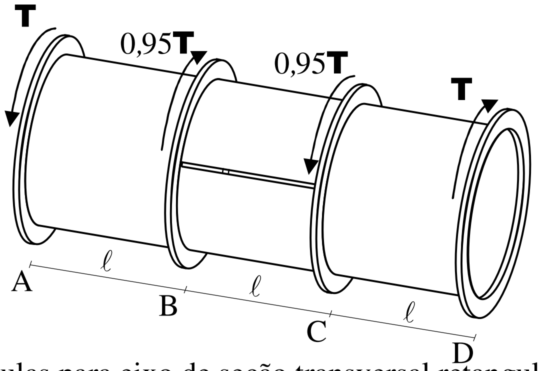
$$\tau_{adm} = 100\times10^6 Pa = \frac{270Nm}{2\pi b^2/2 \times 5\times10^{-3} m} \quad \Rightarrow \quad b = 1,31cm$$

4ª Questão (2,5 pontos)

O tubo abaixo tem três segmentos, todos eles feitos do mesmo material (módulo de elasticidade transversal G), de mesmo comprimento ℓ e mesma seção transversal circular de raio r e parede de espessura $t = r/20$, ou seja, $t << r$. O segmento BC tem um corte longitudinal, conforme indicado, não podendo ser classificado topologicamente como de seção transversal circular, embora a área da seção transversal seja numericamente igual à da dos outros segmentos. Nos anéis de reforço das seções A, B, C e D são aplicados momentos de torção auto-equilibrados, conforme indicado na figura. Calcular:

a) a rotação da seção D em relação à seção A;

b) a máxima tensão de cisalhamento no tubo.



Fórmulas para eixo de seção transversal circular:

$$\frac{d\phi}{dx} = \frac{T(x)}{2\pi \int_0^{r(x)} G\rho^3 d\rho}$$

$$\tau = \frac{T(x) G \rho}{2\pi \int_0^{r(x)} G\rho^3 d\rho}$$

Fórmulas para eixo de seção transversal retangular:

$$\tau_{max} = \frac{T}{\alpha a b^2} \qquad \Delta\phi = \frac{TL}{\beta a b^3 G}$$

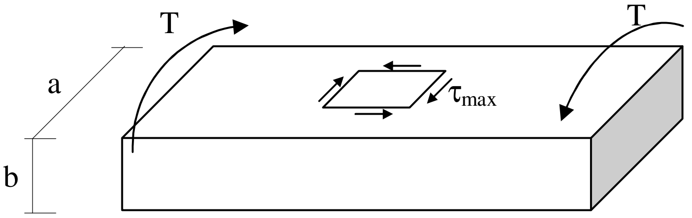


Tabela para obtenção dos coeficientes α e β

a/b	1,0	1,2	1,5	2,0	2,5	3,0	4,0	5,0	10,0	∞
α	0,208	0,219	0,231	0,246	0,258	0,267	0,282	0,291	0,312	0,333
β	0,141	0,166	0,196	0,229	0,249	0,263	0,281	0,291	0,312	0,333

<u>Solução</u>:

- Segmentos AB e CD: Torque atuante $\mathbf{T}$, seção transversal circular de parede fina.
- Segmento BC: Torque atuante $\mathbf{T} - 0{,}95\mathbf{T} = \mathbf{T}/20$, seção transversal aberta com largura $a = 2\pi r$ e altura $b = t = r/20$.
- Como $t << r$, tem-se na tabela dada, para $a/b \to \infty$, $\alpha = \beta = 0{,}333 \approx 1/3$.

a) Rotação relativa entre as seções A e D: $\phi_{AD} = 2\times\dfrac{\mathbf{T}\ell}{2\pi r^3 t G} + \dfrac{\mathbf{T}\ell/20}{\frac{1}{3}2\pi r t^3 G}$

Para $t = r/20$, $\phi_{AD} = \dfrac{20\mathbf{T}\ell}{\pi r^4 G} + \dfrac{3\mathbf{T}\ell\times 20^2}{2\pi r^4 G} = \dfrac{620\mathbf{T}\ell}{\pi r^4 G}$

b) Tensão em qualquer ponto dos segmentos AB e CD: $\tau_{AB,CD} = \dfrac{\mathbf{T}}{2\pi r^2 t} = \dfrac{\mathbf{T}\times 20}{2\pi r^3} = \dfrac{10\mathbf{T}}{\pi r^3}$

Tensão em qualquer ponto do segmento BC: $\tau_{BC} = \dfrac{\mathbf{T}/20}{\frac{1}{3}2\pi r t^2} = \dfrac{3\mathbf{T}\times 20}{2\pi r^3} = \dfrac{30\mathbf{T}}{\pi r^3} \quad \therefore \quad \tau_{máx} = \dfrac{30\mathbf{T}}{\pi r^3}$