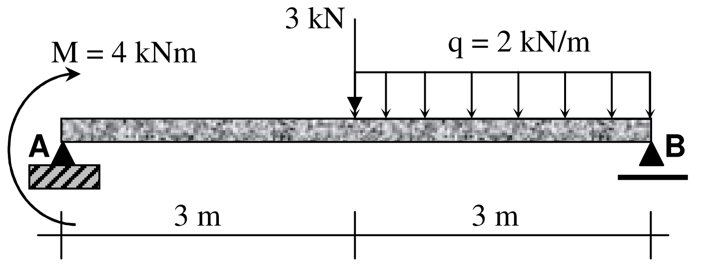
ENG 1007 – INTRODUÇÃO À MECÂNICA DOS SÓLIDOS

Terceira prova – turma D 21/11/2013

1ª Questão (2,5 pontos)

Calcular as reações de apoio da viga ao lado.



Resposta:

A_y = 2,33 kN

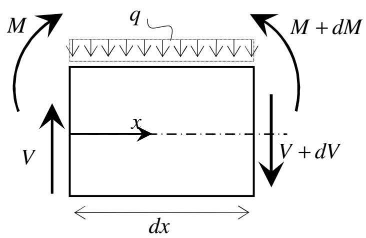
B_y = 6,67 kN

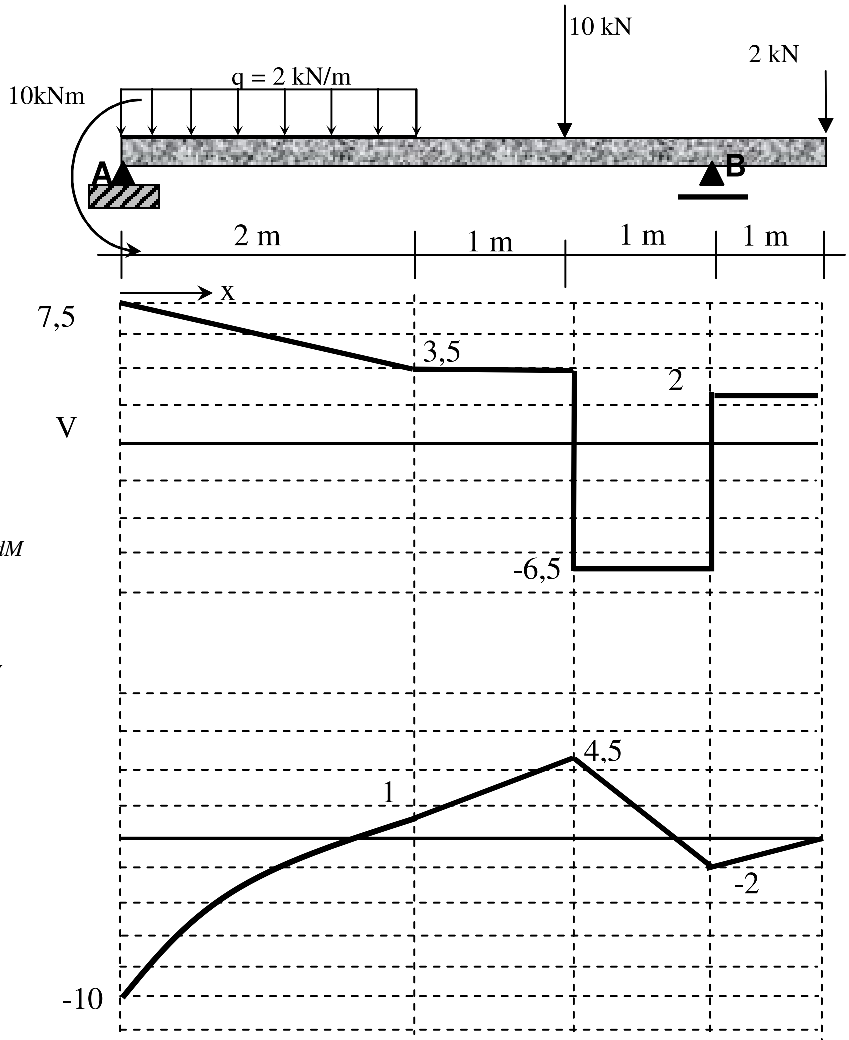
2ª Questão (2,5 pontos)

As reações de apoio da viga na figura ao lado são $R_A = 7,5kN$ e $R_B = 8,5kN$. Determinar as expressões e traçar os diagramas de esforço cortante e momento de flexão.

$$\frac{dV(x)}{dx} = -q(x)$$

$$\frac{dM(x)}{dx} = V(x)$$





Resposta:

Força cortante

V = -2x+7,5 $(0 < x \le 2\text{m})$

V = 3,5 $(2 \le x < 3\text{m})$

V = -6,5 $(3 < x < 4\text{m})$

V = 2 $(4 < x < 5\text{m})$

Momento fletor

M = $-x^2 + 7,5\,x - 10$ $(0 < x \le 2\text{m})$

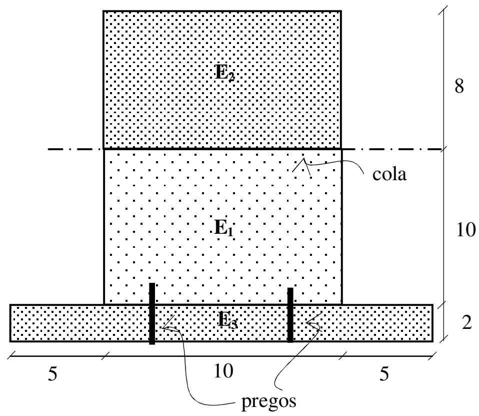
M = $3,5\,x - 6$ $(2 \le x \le 3\text{m})$

M = $-6,5\,x + 24$ $(3 \le x \le 4\text{m})$

M = $-10 + 2\,x$ $(4 \le x \le 5\text{m})$

3ª Questão (2,5 pontos)

A figura ao lado esquematiza a seção transversal de uma viga, com as dimensões em cm. Os módulos de elasticidade dos materiais são E_1 = 10 GPa, E_2 = 50 GPa e E3 = 25 GPa. As peças estão pregadas entre si na junta inferior e coladas na junta superior. A seção está submetida a um momento de flexão M = 20 kNm. Calcular:



a) onde passa a linha neutra da seção transversal;

b) a expressão $\int_A Ey^2 dA$ do módulo de rigidez da seção transversal;

c) a tensão normal máxima.

$$\sigma_x = \frac{MEy}{\int_A Ey^2 dA}$$

Resposta:

Toma-se o material 1 como referência:

$n_2 = E_2 / E_1 = 5$, $n_3 = E_3 / E_1 = 2{,}5$.

Posição do eixo neutro z (distância y_c a partir do topo da seção transversal):

a) $y_c = \dfrac{5\times10\times8\times4 + 10\times10\times13 + 2{,}5\times20\times2\times19}{5\times10\times8 + 10\times10 + 2{,}5\times20\times2} = 8\,\text{cm}$

b) Integral $\int_A Ey^2 dA \equiv E_2 I_{eq}$ da seção em relação a z:

$$\int_A Ey^2 dA = \left[5\times10\left(\frac{8^3}{12} + 8\times4^2\right) + 10\left(\frac{10^3}{12} + 10\times5^2\right) + 2{,}5\times20\left(\frac{2^3}{12} + 2\times11^2\right)\right]E_1 = E_1 I_{eq}$$

onde $I_{eq} = 24000\,cm^4 = 24000\times10^{-8}\,m^4$

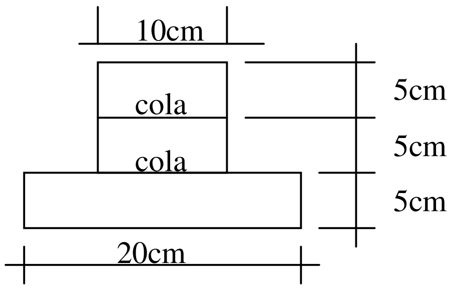
c) Tensão normal máxima para o material 1 (y = 10cm): $\sigma^1_{máx} = \dfrac{20kNm \times E_1 \times 10cm}{24000\,cm^4 E_1} = 8{,}333MPa$

Tensão normal máxima para o material 2 (y = 8cm): $\sigma^2_{máx} = \dfrac{20kNm \times E_2 \times 8cm}{24000\,cm^4 E_1} = 33{,}333MPa$

Tensão normal máxima para o material 3 (y = 12cm): $\sigma^3_{máx} = \dfrac{20kNm \times E_3 \times 12cm}{24000\,cm^4 E_1} = 25MPa$

4ª Questão (2,5 pontos)

Uma viga de madeira simplesmente apoiada com vão L = 1m suporta uma carga uniformemente distribuída q. A viga foi construída colando-se 3 tábuas, conforme a seção transversal mostrada na figura ao lado. Sabendo-se que a tensão de cisalhamento admissível nas juntas coladas é 350 kPa, determinar o valor máximo da carga q que pode ser aplicada na viga.



Sabe-se que a linha neutra passa a 8,75 cm do topo da seção. Além disso, o momento de inércia da seção em relação à linha neutra é $I_z = 3854{,}17cm^4$.

Resposta:

$$\tau_{xy} = \frac{V\int_y^{y_{máx}} EydA}{b\int_A Ey^2 dA}$$

a) Posição da linha neutra em relação ao topo da seção transversal

$$\overline{y} = \frac{10\times10\times5+5\times20\times12{,}5}{10\times10+5\times20} = 8{,}75cm$$

b) Momento de inércia I em relação à linha neutra:

$$\int_A y^2 dA = \frac{10\times10^3}{12} + 10\times10\times(8{,}75-5)^2 + \frac{20\times5^3}{12} + 20\times5\times(8{,}75-12{,}5)^2 = 3854{,}17cm^4$$

c) Cálculo da máxima força cortante admissível, considerando a cola para y = 1,25 cm:

$$Q_1 = \int_A ydA = \int_{1,25}^{6,25} 20ydy = (6{,}25-2{,}50)\times20\times5 = 375cm^3$$

$$\frac{V_{máx}Q_1}{Ib_1} \le \tau_{adm} \quad \Rightarrow \quad V_{máx} \le \frac{350\times10^3\times3854{,}17\times10^{-8}\times10\times10^{-2}}{375\times10^{-6}} = 3597N$$

(A tensão na cola para y = 3,75 cm é menor, o que resultaria num cortante maior.)

d) Carga uniforme máxima

$$V_{máx} = \frac{q^{máx}\ell}{2} \quad \Rightarrow \quad q^{máx} = 2\times1\times3597 = 7194N/m \quad \Rightarrow \quad \boxed{q^{máx} \approx 7{,}2kN/m}$$