ENG 1007 – INTRODUÇÃO À MECÂNICA DOS SÓLIDOS

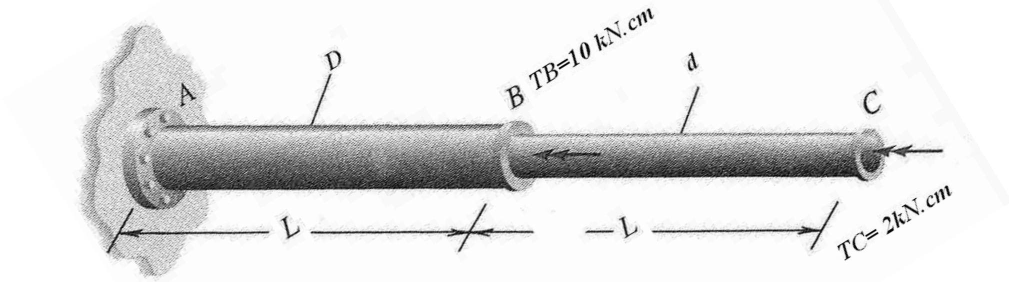
Segunda prova – turma B 17/10/2013

1ª Questão (2,5 pontos)

Para o eixo da figura abaixo, determine:

1- as tensões cisalhantes máximas nos trechos AB e BC,
2- os ângulos de rotação das seções B e C.

Sabe-se que L =10*cm*, o trecho AB é sólido com diâmetro D = 4*cm* e o trecho BC é oco com diâmetros externo d_e = 2*cm* e interno d_i = 0,5*cm*. O torque em B é TB = -10*kNcm* e em C é TC = -2*kNcm*. O módulo de elasticidade transversal do material é G= 10*GPa*.



$$\tau = \frac{Tr}{J}$$

$$J = \frac{\pi}{2}(r_e^4 - r_i^4)$$

$$\phi_B - \phi_A = \frac{T_{AB} L_{AB}}{GJ}$$

Resposta

$$\tau_{máx}^{AB} = \frac{12\times 2}{\pi/2\times 2^4} = 0,9549 kN/cm^2 = 9,549 MPa$$

$$\tau_{máx}^{BC} = \frac{2\times 1}{\pi/2\times\left(1^4 - 0,25^4\right)} = 1,278 kN/cm^2 = 12,78 MPa$$

$$\varphi_B = \varphi_{AB} = \frac{-12\times 10}{\pi/2\times 2^4\times 10\times 10^2} = -0,00477 rad$$

$$\varphi_C = \varphi_{AB} + \varphi_{BC} = -0,00477 + \frac{-2\times 10}{\pi/2\times\left(1^4 - 0,25^4\right)\times 10\times 10^2} - 0,00477 - 0,01278 = -0,01756 rad$$

2ª Questão (2,5 pontos)

Um eixo vazado de aço (G = 77 *GPa*) de 5*m* de comprimento e raios interno e externo de 12,5*mm* e 30*mm*, respectivamente, gira a 180*rpm*. Sabendo que o ângulo de torção entre suas extremidades é de 3^0, determinar a potência que está sendo transmitida e a máxima tensão de cisalhamento que ocorre.

$$P = 2\pi nT \ ; \quad \tau(x,\rho) = \frac{T(x) G\rho}{2\pi\int_0^{r(x)} G\rho^3 d\rho} ; \quad d\phi = \frac{T\,dx}{2\pi\int_0^r G\rho^3 \mathrm{d}\rho}$$

Resposta

$$\Delta\varphi = \frac{3\pi}{180} = \frac{T\times 5m}{\pi/2\times\left(30^4 - 12,5^4\right)\times 10^{-12} m^4\times 77\times 10^9 Pa} \quad\Rightarrow\quad T = 1,026 kNm$$

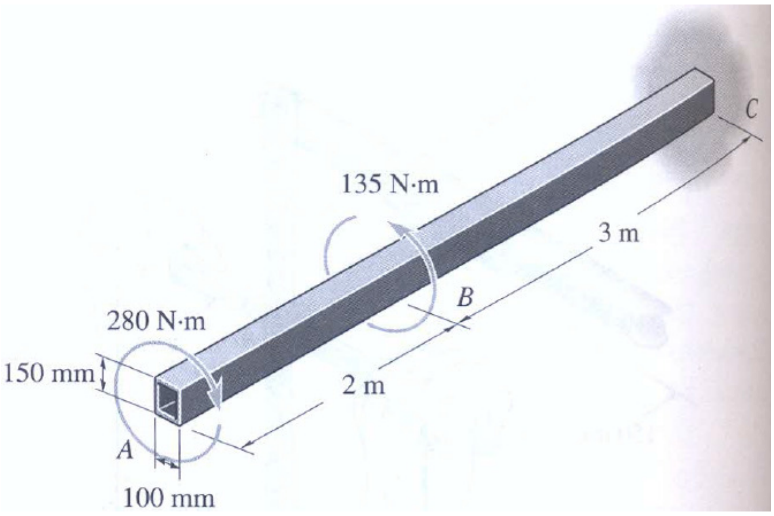
$$P = 2\pi\frac{180}{60} 1,026 = 19,335 kW$$

$$\tau_{máx} = \frac{1,026\times 30\times 10^{-3}}{\pi/2\times\left(30^4 - 12,5^4\right)\times 10^{-12}} = 24,19 MPa$$

3ª Questão (2,5 pontos)

Um tubo de alumínio tem espessura de 5*mm* e as dimensões externas da seção transversal mostradas.

a) Determinar a tensão de cisalhamento média máxima nele desenvolvida.
b) Se o tubo tiver comprimento de 5*m*, qual será o ângulo de torção da extremidade? $G_{al} = 28GPa$.

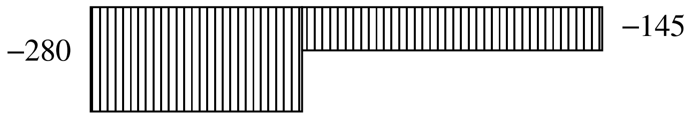


$$\tau = \frac{\mathbf{T}}{2A_m t}$$

$$d\varphi = \frac{\mathbf{T}}{4A_m^2 G}\int_{C_m} \frac{ds}{t}\,dx$$

Resposta

Diagrama de torques:



$A_m = (100-5)\times(150-5)\times10^{-6}m^2 = 0{,}013775m^2$; $\int_{C_m}\frac{ds}{t}C_m = 2\left[(100-5)+(150-5)\right]/5 = 96$

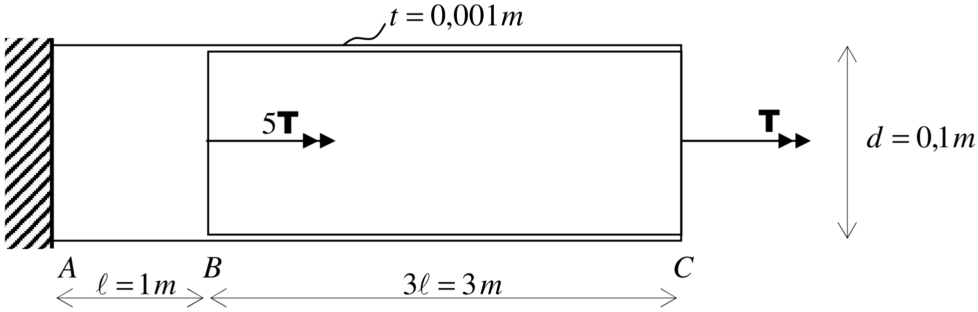
a) $\tau_{máx} = \dfrac{280Nm}{2\times0{,}013775m^2\times5\times10^{-3}m} = 2{,}0327MPa$

b) $\Delta\varphi = \dfrac{96}{4\times\left(0{,}013775m^2\right)^2\times28\times10^9}\left(-280\times2-145\times3\right) = -0{,}004495rad$

4ª Questão (2,5 pontos)

Um eixo está submetido a torção, conforme mostrado na Figura, para $\mathbf{T}$ = 10k*Nm*. O trecho AB tem seção transversal quadrada cheia, de lado *d = 0,1m*. O trecho BC tem seção transversal quadrada de parede fina, de lado *d = 0,1m* e espessura *t = 0,001m*. O módulo de elasticidade transversal do material é *G = 80GPa*. Calcular:

a) a rotação da seção C em relação à seção A;
b) a máxima tensão de cisalhamento no tubo.



Fórmulas para eixo de seção transversal retangular:

$$\tau_{máx} = \frac{\mathbf{T}}{\alpha ab^2} \qquad \Delta\phi = \frac{\mathbf{T}L}{\beta ab^3 G}$$

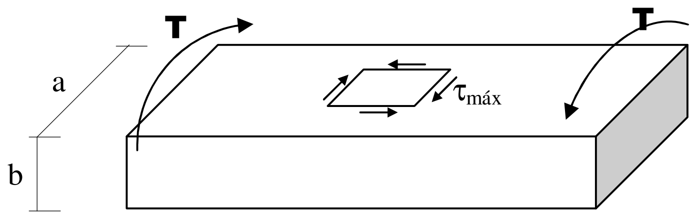


Tabela para obtenção dos coeficientes α e β

a/b	1,0	1,2	1,5	2,0	2,5	3,0	4,0	5,0	10,0	∞
α	0,208	0,219	0,231	0,246	0,258	0,267	0,282	0,291	0,312	0,333
β	0,141	0,166	0,196	0,229	0,249	0,263	0,281	0,291	0,312	0,333

Fórmulas para eixo de seção transversal de parede fina:

$$\tau = \frac{\mathbf{T}}{2A_m t} \qquad d\phi = \frac{\mathbf{T}}{4A_m^2 G}\int_{C_m} \frac{ds}{t}\, dx$$

Resposta

Tem-se por equilíbrio um torque de 6**T** aplicado ao trecho AB e de **T** aplicado ao trecho BC. O trecho AB tem seção transversal quadrada cheia, portanto de lados a = b = d. Obtém-se para a/b = 1 na tabela que $\alpha = 0{,}208$ e $\beta = 0{,}141$. O trecho BC tem seção transversal quadrada de parede fina, de lado *d* = *0,1 m*, espessura *t* = *0,001 m*, perímetro $C_m = 4d = 0{,}4\,m$ e área compreendida pelo perímetro $A_m = d^2 = 0{,}01 m^2$.

a) Rotação da seção C em relação à seção A: $\phi_{AC} = \phi_{AB} + \phi_{BC} = \dfrac{6\mathbf{T}\ell}{\beta d^4 G} + \dfrac{\mathbf{T}3\ell}{4\times d^4 G}\dfrac{4d}{t}$

$$\therefore \phi_{AC} = \frac{6\times10\times10^3\times1}{0{,}141\times0{,}1^4\times80\times10^9} + \frac{10\times10^3\times3\times1}{4\times0{,}1^4\times80\times10^9}\frac{4\times0{,}1}{0{,}001} = 0{,}05319 + 0{,}375 = 0{,}42819\, rad$$

b) Tensão máxima no trecho AB: $\tau = \dfrac{6\mathbf{T}}{\alpha d^3} = \dfrac{6\times10\times10^{-3}}{0{,}208\times0{,}1^3} = 288{,}462\ MPa$

Tensão no trecho BC: $\tau = \dfrac{\mathbf{T}}{2d^2 t} = \dfrac{10\times10^{-3}}{2\times0{,}1^2\times0{,}001} = 500\ MPa$ $\boxed{\therefore \tau_{máx} = 500\ MPa}$