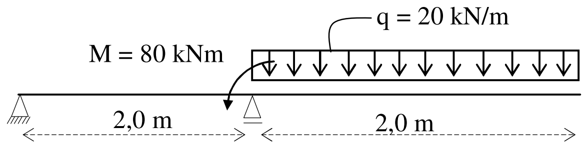
ENG 1007 – INTRODUÇÃO À MECÂNICA DOS SÓLIDOS

Terceira prova – turma C 26/11/2013

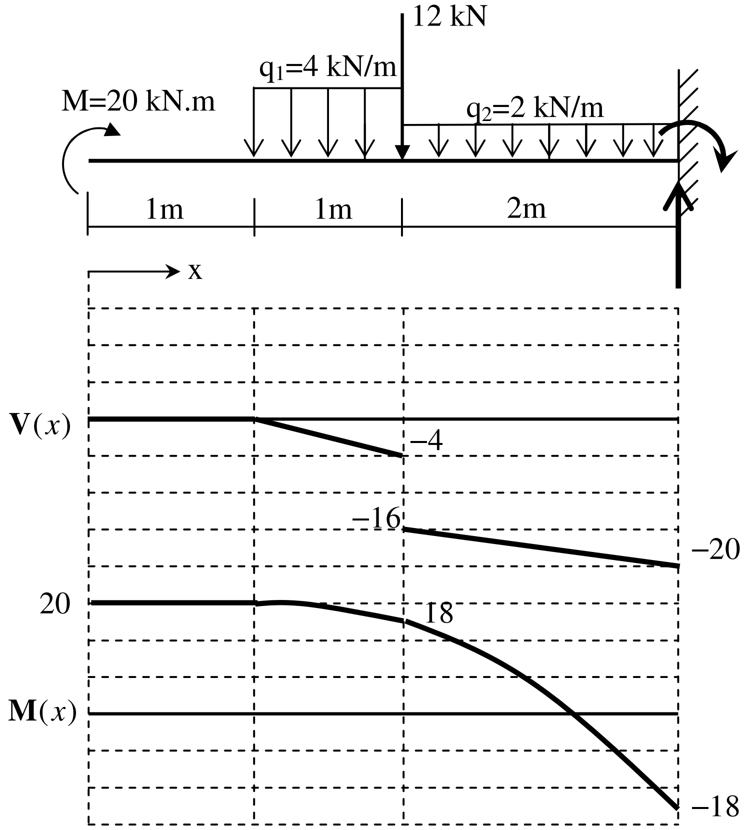
1ª Questão (2,5 pontos)

Calcular as reações de apoio da viga ao lado.

$R_A = R_B = 20kN$ (ambas para cima)



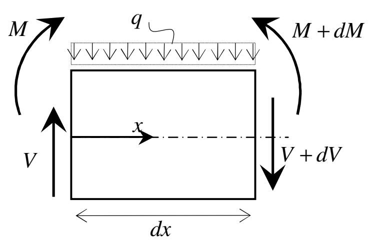
2ª Questão (2,5 pontos)



As reações de apoio indicadas no engaste à direita, na figura ao lado, são $R_A = 20kN$ e $M_A = 18kNm$. Determinar as expressões e traçar os diagramas de esforço cortante e momento de flexão.

$$\frac{dV(x)}{dx} = -q(x)$$

$$\frac{dM(x)}{dx} = V(x)$$



Resposta:

Expressão analítica do esforço cortante (em *kN*):

$0 \le x \le 1$: $V(x) = 0$

$1 \le x < 2$: $V(x) = -4x + 4$

$2 < x < 4$: $V(x) = -2x - 12$

Expressão analítica do momento fletor (em *kNm*):

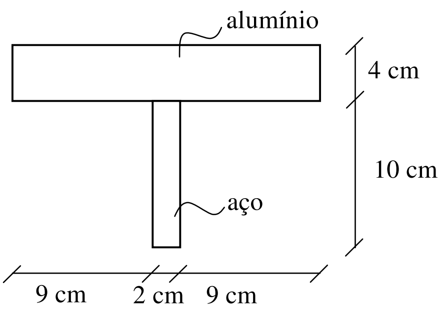
$0 < x \le 1$: $M(x) = 20$

$1 \le x \le 2$: $M(x) = -2x^2 + 4x + 18$

$2 \le x < 4$: $M(x) = -x^2 - 12x + 46$

3ª Questão (2,5 pontos)

Uma viga é construída em alumínio e aço, conforme a figura abaixo. O módulo de elasticidade do alumínio é $E_{al} = 70GPa$ e do aço é $E_{aço} = 210GPa$. As tensões admissíveis de cisalhamento para o alumínio e o aço são, respectivamente, $\tau_{al}^{adm} = 50MPa$ e $\tau_{aço}^{adm} = 100MPa$. Determinar o esforço cortante máximo $V^{máx}$ que a viga pode suportar.



$$\tau_{xy} = \frac{V\int_{y}^{y_{máx}} EydA}{b\int_A Ey^2 dA}$$

Toma-se o módulo de elasticidade do alumínio como referência: $n = 210/70 = 3$

Posição da linha neutra (a partir do topo) $\bar{y} = \dfrac{20\times4\times2 + 3\times2\times10\times9}{20\times4 + 3\times2\times10} = 5cm$

Módulo de rigidez $\int_A Ey^2 dA$ da seção transversal em relação à linha neutra z:

$\int_A Ey^2 dA = E_{al}\left[20\left(\dfrac{4^3}{12} + 4\times(5-2)^2\right) + 3\times2\left(\dfrac{10^3}{12} + 10\times(5-9)^2\right)\right]$ ou $\int_A Ey^2 dA = E_{al} I_{eq}$ onde $I_{eq} = 2286{,}67cm^4$.

Para o alumínio, a tensão de cisalhamento máxima ocorre para $y = -1cm$.

$$\int_{y=1}^{y_{máx}} EydA = E_{al} \times 20\times4\times(5-2) = E_{al}\times 240cm^3$$

$$\tau_{al}^{adm} = 50\times10^6 Pa \geq \frac{V_{máx}\times E_{al}\times 240cm^3}{2cm\times E_{al}\times 2286{,}67cm^4} \Rightarrow V_{máx} \leq 95{,}277kN$$

Para o aço, a tensão de cisalhamento máxima ocorre na linha neutra (y =0).

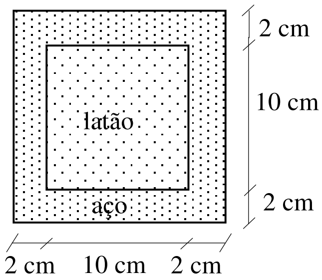
$$\int_{y=0}^{y_{máx}} EydA = E_{al}\times 3\times2\times(14-5)\times\frac{14-5}{2} = E_{al}\times 243cm^3$$

$$\tau_{aço}^{adm} = 100\times10^6 Pa \geq \frac{V_{máx}\times E_{al}\times 243cm^3}{2cm\times E_{al}\times 2286{,}67cm^4} \Rightarrow V_{máx} \leq 188{,}203kN$$

Portanto, $V_{máx} = 95{,}277kN$.

4ª Questão (2,5 pontos)

Determinar o momento máximo que pode suportar a seção da viga composta de aço e latão mostrada abaixo.



$$\sigma_x = \frac{MEy}{\int_A Ey^2 dA}$$

$E_{aço} = 200\ GPa$

$E_{latão} = 100\ GPa$

$\sigma_{aço}^{adm} = 120\ MPa$

$\sigma_{latão}^{adm} = 80\ MPa$

Pela simetria da seção, a linha neutra passa no meio, a 7 cm do topo.

Toma-se o módulo de elasticidade do latão como referência: $n = 200/100 = 2$

Módulo de rigidez $\int_A Ey^2 dA$ da seção transversal em relação à linha neutra z:

$\int_A Ey^2 dA = E_{latão}\left[2\times 14\frac{14^3}{12} - 2\times 10\frac{10^3}{12} + 10\frac{10^3}{12}\right]$ou $\int_A Ey^2 dA = E_{latão} I_{eq}$ onde $I_{eq} = 5569{,}33 cm^4$.

Momento máximo admissível

Para o latão: $\sigma_{adm}^{latão} \geq \dfrac{M_{máx} \times y}{I_{eq}} \Rightarrow 80\times 10^6 \geq \dfrac{M_{máx} \times 0{,}05}{5569{,}33\times 10^{-8}}$ $\therefore M_{máx} \leq 89{,}109 kNm$

Para o aço: $\sigma_{adm}^{aço} \geq \dfrac{M_{máx} \times y \times n}{I_{eq}} \Rightarrow 120\times 10^6 \geq \dfrac{M_{máx} \times 2\times 0{,}07}{5569{,}33\times 10^{-8}}$ $\therefore M_{máx} \leq 47{,}737 kNm$

Portanto, $\therefore M_{máx} = 47{,}737 kNm$