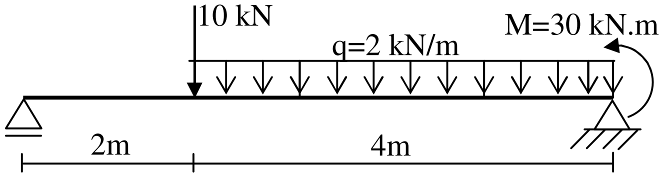
ENG 1007 – INTRODUÇÃO À MECÂNICA DOS SÓLIDOS

Terceira prova – turma A 26/11/2013

1ª Questão (2,5 pontos)

Calcular as reações de apoio da viga ao lado.



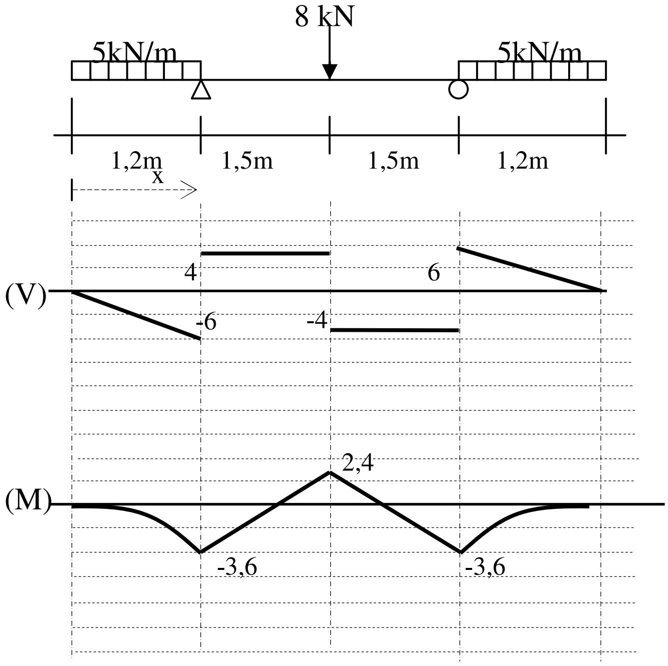
Resposta:

$R_A = 14,33kN$ e $R_B = 3,67kN$

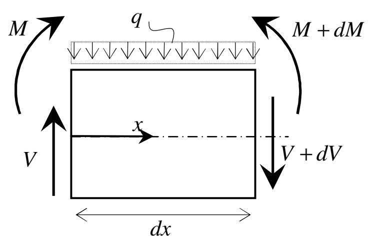
(ambas para cima)

2ª Questão (2,5 pontos)

As reações de apoio da viga na figura ao lado são $R_A = R_B = 10kN$. Determinar as expressões e traçar os diagramas de esforço cortante e momento de flexão.



$$\frac{dV(x)}{dx} = -q(x) \qquad \frac{dM(x)}{dx} = V(x)$$



Resposta:

Expressão analítica do esforço cortante (em kN, solução antissimétrica em relação a x = 2,7m):

$0 \le x < 1,2$: $V(x) = -5x$ $\quad$ $1,2 < x < 2,7$: $V(x) = 4$

$2,7 < x < 4,2$: $V(x) = -4$ $\quad$ $4,2 < x \le 5,4$: $V(x) = -5x + 27$

Expressão analítica do momento fletor (em kNm, solução simétrica em relação a x = 2,7m):

$0 \le x \le 1,2$: $M(x) = -5x^2/2$ $\quad$ $1,2 < x < 2,7$: $M(x) = 4x - 8,4$

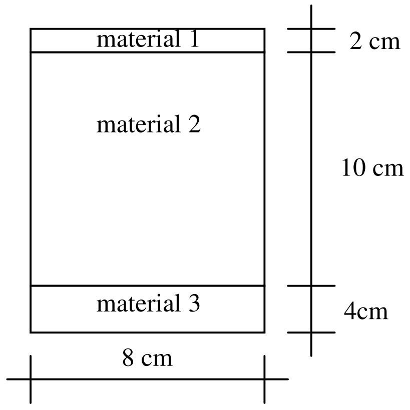
$2,7 < x < 4,2$: $M(x) = -4x + 13,2$ $\quad$ $4,2 < x \le 5,4$: $M(x) = -5x^2/2 + 27x - 72,9$

3ª Questão (2,5 pontos)

A figura ao lado esquematiza a seção transversal de uma viga, com as dimensões em *cm*. Os módulos de elasticidade dos materiais são E_1 = 200 *GPa*, E_2 = 40 *GPa* e E_3 = 80 *GPa*. As peças estão coladas entre si. Calcular:

a) onde passa a linha neutra da seção transversal;

b) a expressão $\int_A Ey^2 dA$ do módulo de rigidez da seção transversal.



Resposta:

Usa-se E_2 como referência. Então, $n_1 = E_1/E_2 = 5$, $n_3 = E_3/E_2 = 2$.
Posição da linha neutra (a partir do topo):

$$\bar{y} = \frac{5\times 8\times 2\times 1 + 8\times 10\times 7 + 2\times 8\times 4\times 14}{5\times 8\times 2 + 8\times 10 + 2\times 8\times 4} = 6,857cm$$

Módulo de rigidez $\int_A Ey^2 dA$ da seção transversal em relação à linha neutra *z*:

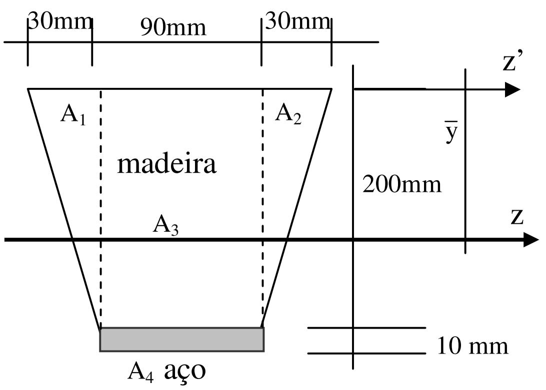
$$\int_A Ey^2 dA = E_2\left[5\times 8\left(\frac{2^3}{12} + 2\times(6,857-1)^2\right) + 8\left(\frac{10^3}{12} + 10\times(6,857-7)^2\right) + 2\times 8\left(\frac{4^3}{12} + 4\times(14-6,857)^2\right)\right] = E_2 I_{eq}$$

onde $I_{eq} = 6790,095\,cm^4$.

4ª Questão (2,5 pontos)

Uma viga é construída em aço e madeira, com seção transversal mostrada na figura ao lado. O módulo de elasticidade da madeira é $E_{mad} = 10{,}5GPa$ e o do aço $E_{aço} = 210GPa$.

a) Para tensões admissíveis de tração e de compressão do aço e da madeira iguais, respectivamente, a $\sigma_{adm}^{aço} = 120MPa$ e $\sigma_{adm}^{mad} = 10MPa$, determinar o momento fletor máximo $M_{máx}$ que a viga pode suportar.



b) Para tensão admissível $\tau_{adm}^{cola} = 5MPa$ da cola entre as peças de madeira e aço, determinar o esforço cortante máximo $V_{máx}$.

A linha neutra da seção passa a uma distância $\bar{y} = 140,2mm$ do topo. Sabe-se também que $\int_A Ey^2 dA = E_{mad}\,210.597.619mm^4$.

$$\sigma_x = \frac{MEy}{\int_A Ey^2 dA} \qquad \tau_{xy} = \frac{V\int_y^{y_{máx}} EydA}{b\int_A Ey^2 dA}$$

Resposta:
Toma-se o módulo de elasticidade da madeira como referência: $n = 210/10,5 = 20$

Posição da linha neutra (a partir do topo)

$$\bar{y} = \frac{90\times200\times100 + 60\times200/2\times200/3 + 20\times90\times10\times205}{90\times200 + 60\times200/2 + 20\times90\times10} = 140,2mm$$

Módulo de rigidez $\int_A Ey^2 dA$ da seção transversal em relação à linha neutra z:

$$\int_A Ey^2 dA = E_{mad}\left[90\left(\frac{200^3}{12} + 200\times(140,2-100)^2\right) + 60\left(\frac{200^3}{36} + \frac{200}{2}\times\left(140,2-\frac{200}{3}\right)^2\right) + 20\times90\left(\frac{10^3}{12} + 10\times(140,2-205)^2\right)\right]$$

ou $\int_A Ey^2 dA = E_{mad} I_{eq}$ onde $I_{eq} = 210.597.619 mm^4$.

a) Momento máximo admissível

Para a madeira: $\sigma_{adm}^{mad} \geq \dfrac{M_{máx}\times y}{I_{eq}} \Rightarrow -10\times10^6 \geq \dfrac{M_{máx}\times(-140,2\times10^{-3})}{210597619\times10^{-12}} \therefore M_{máx} \leq 15,017kNm$

Para o aço: $\sigma_{adm}^{aço} \geq \dfrac{M_{máx}\times y\times n}{I_{eq}} \Rightarrow 120\times10^6 \geq \dfrac{M_{máx}\times(210-140,2)\times10^{-3}\times20}{210597619\times10^{-12}} \therefore M_{máx} \leq 18,112kNm$

Portanto, $\therefore M_{máx} = 15,017kNm$

b) Esforço cortante máximo admissível
A cola está em y = 200 - 140,2 = 59,8 *mm*. Portanto,

$$\int_{y_{cola}}^{y_{máx}} EydA = E_{aço}\int_{59,8}^{69,8} ydA = E_{mad}\times20\times90\times10\times(205-140,2) = E_{mad}\times1.165.714mm^3$$

Para valores dados em *Pa*,

$$\tau_{adm}^{cola} = 5\times10^6 = \frac{V_{máx}\int_{y}^{y_{máx}} EydA}{b\int_A Ey^2 dA} = \frac{V_{máx}\times E_{mad}\times1165714\times10^{-9}}{0,09\times E_{mad}\times210597619\times10^{-12}} \Rightarrow V_{máx} = 81.296N = 81,296kN$$