PUC-RIO – CB-CTC

P3 DE ELETROMAGNETISMO – 18.11.13 – segunda-feira

Nome :____

Assinatura: ____

Matrícula:_____________________________________Turma:_______________

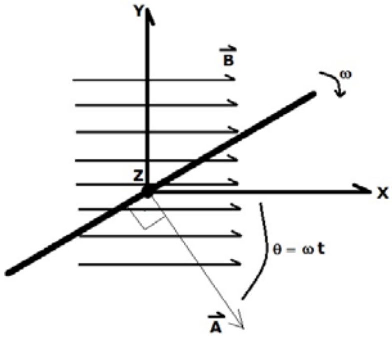
NÃO SERÃO ACEITAS RESPOSTAS SEM JUSTIFICATIVAS E CÁLCULOS EXPLÍCITOS.

Não é permitido destacar folhas da prova

Questão	**Valor**	**Grau**	**Revisão**
1ª Questão	3,0		
2ª Questão	3,5		
3ª Questão	3,5		
Total	10,0		

A prova só poderá ser feita a lápis, caneta azul ou preta e NÃO é permitido o uso de calculadoras eletrônicas.

1ª Questão: (3,0)



Uma espira quadrada de lado L = 50 cm gira no sentido horário com velocidade angular ω = 10 rad/s em torno do eixo z (que contém seu centro), numa região do espaço onde existe um campo magnético:

$$\vec{B}(t) = B_0 \ \hat{i}$$

onde B_0 = 500 mT.

A figura ao lado mostra uma vista superior da espira em rotação com velocidade ω. Observe que no instante t = 0 a espira está contida no plano *yz*.

Num certo instante t o vetor de área $\vec{A}$ faz um ângulo θ = ωt com o eixo x.

a) (**1,0**) Calcule o fluxo magnético ϕ_M na espira quando θ = 0,1 rad.

b) (**1,0**) Sabendo que a espira tem uma resistência elétrica de R = 10 Ω, calcule o valor da corrente induzida na espira no instante t = 0,3 s.

Suponha agora que o campo magnético comece a variar no tempo, de forma que:

$$\vec{B}(t) = B_0 \cos\left(\omega\, t\right)\hat{i}$$

Onde ω = 10 rad/s é igual à velocidade angular de rotação da espira.

c) (**1,0**) Nestas condições, calcule a frequência angular da corrente induzida. [***Sugestão***: *use a identidade trigonométrica sen(2α) = 2 sen(α) cos(α)*].

SOLUÇÃO

a) $\phi_M = \vec{B}\cdot\vec{A} = B_0\ A\cos\theta = B_0\ L^2\ \cos\theta = (0{,}5)^3\cos(0{,}1\,rad) = 0{,}125\cos(0{,}1) = 0{,}124Wb$ ϕ_M =

b)

$$\phi_M = \vec{B}\cdot\vec{A} = B_0 A\cos(\omega\, t)\ \Rightarrow\ \varepsilon_{ind} = -\frac{d\phi_M}{dt} = \omega\, B_0\ L^2\ sen(\omega\, t)\ \ \Rightarrow\ i_{ind} = \frac{\varepsilon_{ind}}{R} = \left(\frac{\omega\, B_0}{R}\right)L^2 sen\,(\omega\, t)$$

$$i_{ind} = \frac{\left(10\cdot 0{,}125\right)}{10} sen\,(10\cdot 0{,}3) = 0{,}125\cdot sen\,(3\,rad) = 0{,}017A = 17mA$$

c) Neste caso:

$$\phi_M = \vec{B}\cdot\vec{A} = B_0\ \cos\,(\omega\, t)\ A\cos\,(\omega\, t) = B_0\ L^2\cos^2(\omega\, t)$$

com isso:

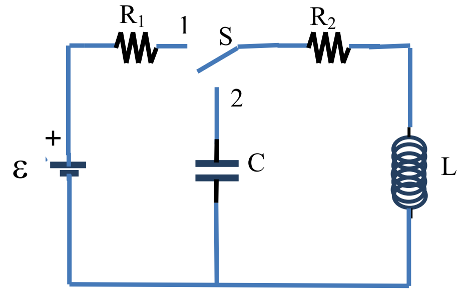
$$\varepsilon_{ind} = -\frac{d\phi_M}{dt} = 2\ \omega\ B_0\ L^2\ \cos\,(\omega\, t)\ sen(\omega\, t) = \omega\ B_0\ L^2\ sen\,(2\omega\, t)\ \Rightarrow\ i_{ind} = \frac{\varepsilon_{ind}}{R} = \left(\frac{\omega\, B_0}{R}\right)L^2\ sen\,(2\omega\, t)$$

Imediatamente se observa que a frequência angular da corrente induzida (i_{ind}) é:

2ω = 20 rad/s

2ª Questão: (3,5)

Considere o circuito mostrado na figura abaixo, onde o capacitor C está inicialmente descarregado. Considere ε, R_1, R_2, C e L dados.



FASE I: A chave S é comutada para a posição "1" (t = 0). Nestas condições:

a) (**0,5**) Escreva a expressão da corrente no circuito em função do tempo, i(t).

b) (**1,0**) Após um tempo muito longo, determine as tensões sobre R_1, R_2 e L.

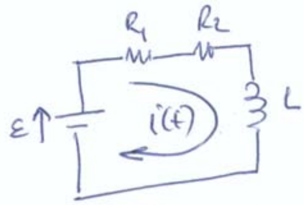
Fase II: A chave S é comutada para a posição "2" (t = 0) .

c) (**1,0**) Temos agora um circuito RLC em série onde a corrente pode ser aproximadamente dada pela seguinte expressão: $i(t) = I_m e^{-\alpha t} \cos(\omega t)$. Determine os três parâmetros desta expressão: I_m, α, e ω em função dos dados do problema (ε, R_1, R_2, C e L).

d) (**1,0**) Após um tempo muito longo, calcule a energia total dissipada em R_2

GABARITO

2ºQ | Chave na posição 1 ⇒ circuito RL



a) $t = 0$ L é aberto ⇒ $i(0) = 0$

$t \to \infty$ L é curto ⇒ $i(\infty) = \underbrace{I_m = \frac{\varepsilon}{R_1+R_2}}$ [A] (0,3)

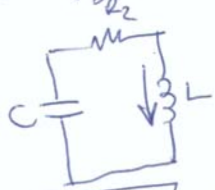
Assim $\underbrace{i(t) = I_m [1 - e^{-t/\tau_{RL}}]}$, onde $\underbrace{\tau_{RL} = \frac{L}{R_{eq}} = \frac{L}{R_1+R_2}}$ [s] (0,2)

b) $t \to \infty$ L é curto ⇒ $\underline{V_L = 0\ [V]}$ (0,5)

A tensão da fonte está dividida entre os resistores $V_{R_1} = R_1 I_m$, $V_{R_2} = R_2 I_m$

$\underbrace{V_{R_1} = R_1 \frac{\varepsilon}{R_1+R_2} [V]}$ (0,25) $\underbrace{V_{R_2} = R_2 \frac{\varepsilon}{R_1+R_2} [V]}$ (0,25)

Chave na posição 2 ⇒ circuito RLC com L energizado



Em $t = 0$ $i(t) = I_m$ do item anterior

c) $i(t) = I_m e^{-\alpha t} \cos(\omega t)$ $\underbrace{I_m = \frac{\varepsilon}{R_1+R_2}}$ [A]

(1,0)

$\underline{\alpha = \frac{R_2}{2L} [s^{-1}]}$ $\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \alpha^2}$ $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ ∴ $\underbrace{\omega = \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R_2^2}{4L^2}}}$ [rd/s]

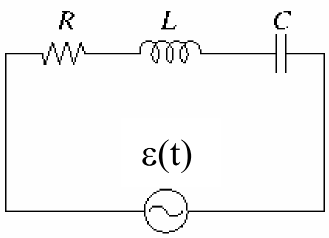
d) Energia dissipada em R_2 será toda a energia inicial que estava armazenada (1,0) em L no final da Fase 1.

$U_{diss} = U_L = \frac{1}{2} L I_m^2 \quad \therefore \quad \boxed{U_{diss} = \frac{1}{2} L \frac{\varepsilon^2}{(R_1+R_2)^2} \text{ [J]}}$.

3ª Questão: (3,5)

Seja o circuito *RLC* em série mostrado na figura.

$$\varepsilon(t) = \varepsilon_M \text{ sen } \omega t$$



Considerando uma situação geral, com ε_M e ω qualquer, <u>marque verdadeiro (**V**) ou falso (**F**)</u> nas seguintes afirmações abaixo:

(a) (**0,1**) ( ) A energia armazenada no circuito oscila entre L e C.

(b) (**0,1**) ( ) A fonte não fornece potência ao circuito: a potência dissipada em R é compensada pela variação da energia armazenada em L e C.

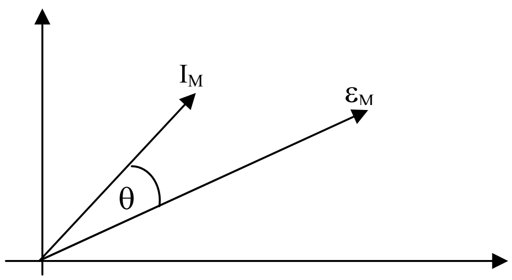
(c) (**0,1**) ( ) A potência só é dissipada em R.

(d) (**0,1**) ( ) A corrente que passa no indutor (L) está adiantada de $\pi/2$ em relação à ddp no mesmo indutor L (V_L).

(e) (**0,1**) ( ) A tensão no capacitor (V_C) está adiantada de $\pi/2$ em relação à tensão no resistor (V_R).

(f) (**0,5**) No caso das afirmações falsas explique, <u>justificando</u>, o porquê da sua afirmação.

Num dado instante de tempo, o diagrama de fasores do circuito é o seguinte:



$\theta = 30°$

(g) (**1.5**) <u>Utilizando apenas as informações do diagrama</u>**,** calcule a tensão no resistor, V_{RM}.

(h) (**0.5**) Para que o circuito entre em ressonância, devemos aumentar ou diminuir a frequência do gerador ? <u>**Justifique**</u>.

(i) (**0,5**) Existe outro método (sem modificar ω) que pemita atingir a ressonância do circuito? Qual?

SOLUÇÃO

(a) (**0,1**) (**V**) A energia armazenada no circuito oscila entre L e C.

(b) (**0,1**) (**F**) A fonte não fornece potência ao circuito: a potência dissipada em R é compensada pela variação da energia armazenada em L e C.

(c) (**0,1**) (**V**) A potência só é dissipada em R.

(d) (**0,1**) (**F**) A corrente que passa no indutor (L) está adiantada de π/2 em relação à ddp no mesmo indutor L (V_L).

(e) (**0,1**) (**F**) A tensão no capacitor (V_C) está adiantada de π/2 em relação à tensão no resistor (V_R).

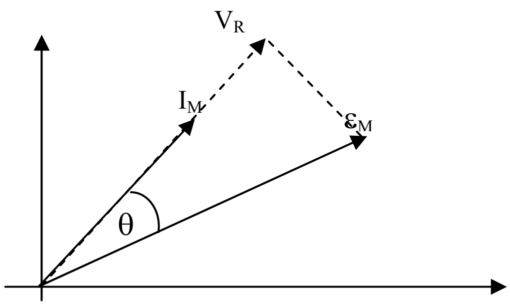
(f)

(b) A afirmação é falsa. A fonte fornece potência ao circuito. A potência dissipada em R não é compensada pela energia armazenada em L e C.

(d) A afirmação é falsa. A corrente i_L no indutor está atrasada de π/2 com relação à ddp no indutor. De fato: $\varepsilon_{ind} = -L\dfrac{di}{dt}$.

(e) A afirmação é falsa. A tensão no capacitor está atrasada de π/2 com relação à tensão no resistor e, consequentemente, com a corrente no circuito (V_R e I estão em fase).

(g) Sabendo que a tensão no resistor (V_R) e a corrente no circuito estão em fase e que na composição dos vetorial o fasor da tensão do gerador (ε_M) é composto pela V_R e pela diferença V_L-V_C, temos:



θ = 30°

Portanto: $V_R = \varepsilon_M \cos\theta = \varepsilon_M \cos(30) = \varepsilon_M \dfrac{\sqrt{3}}{2}$

(h) O circuito neste momento é capacitivo porque ε_M está atrasada em relação à I_M. Para que ε_M esteja em fase com I_M (ressonância) é necessário aumentar a contribuição da reatância indutiva ($X_L = \omega L$) e por isso devo aumentar a freqüência ω.

(i) Sem mudar a freqüência ω podemos aumentar o valor de L ou diminuir o valor de C. Com isso podemos igualmente atingir a ressonância do circuito.