

## Lei de Coulomb:

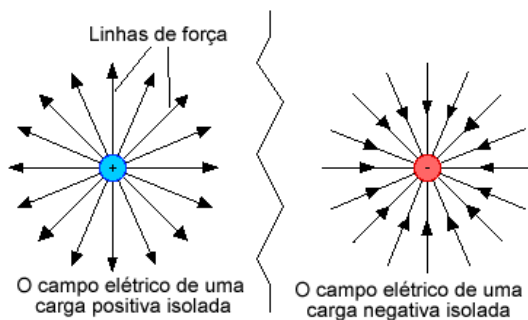
$$\vec{F} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q_1 \cdot q_2}{r^2} \hat{r}$$

- Método para distribuição de cargas:
  - Dividir a distribuição em infinitos dq
  - Analisar  $d\vec{F}$  feito por dq
  - Dividir  $d\vec{F}$  em suas componentes dFx e dFy
  - Analisar se há alguma forma de simetria que simplifica as contas
  - Calcular em módulo as componentes Fx e Fy [ $F_x = \int dFx$ ;  $F_y = \int dFy$ ]
  - Passar para a notação vetorial  $\vec{F}$

## Campo Elétrico:

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q}$$

- Para cargas pontuais:  $\vec{E} = \frac{Kq}{r^2} \hat{r}$



- Distribuição de cargas:
  - Mesmo método de  $\vec{F}$  [ $d\vec{E}$  no caso]

## Observação importante: "brincando" com o elemento diferencial

$$l = f(\theta) \Rightarrow \frac{dl}{d\theta} = f'(\theta) \Rightarrow dl = f'(\theta)d\theta ; \text{Ex: } l = \theta \cdot r \Rightarrow \frac{dl}{d\theta} = r \Rightarrow dl = r \cdot d\theta$$

$$V = f(r) \Rightarrow dV = f'(r)dr ; \text{Ex: } V = \frac{4}{3}\pi r^3 \Rightarrow dV = 4\pi r^2 dr$$

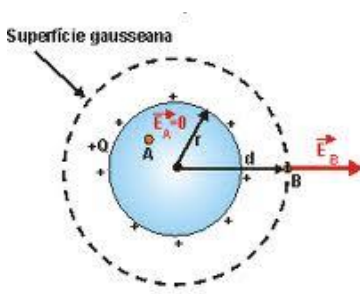
O mesmo vale para áreas, comprimentos e volumes definidos em outras funções

## Lei de Gauss:

$$\phi = \oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{Q_i}{\epsilon_0}$$

- Escolher uma superfície gaussiana imaginária que utilize alguma simetria
- Analisa-se o  $\vec{E}$  sob esta superfície
- $Q_i \Rightarrow$  carga interna a superfície gaussiana

Ex:



## Potencial Elétrico

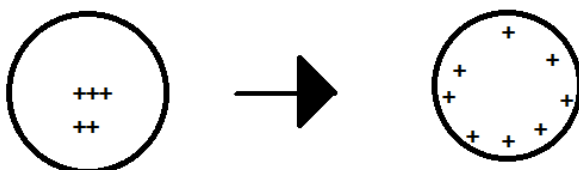
$\Delta V = \frac{\Delta U}{q}$  -> definição -> é possível chegar a todas as fórmulas por ela

$$\Delta V = -\frac{W}{q} = -\frac{\int \vec{F} \cdot d\vec{l}}{q} = -\int \vec{E} \cdot d\vec{l}$$

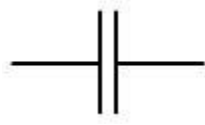
- Para cargas pontuais:  $\Delta V = V_x - V_\infty = -\int_\infty^x K \cdot \frac{q}{r^2} dr \Rightarrow V_x = \frac{Kq}{r}$  [potencial feito por uma carga pontual em um ponto x a uma distância r]
- Distribuição de cargas:
  - Mesmo método de força e campo elétrico [porém dV no caso, não mais vetorial!]
- Relação Campo Elétrico – Potencial Elétrico:  $\vec{E} = -\nabla V = -\left(\frac{\partial V}{\partial x} \hat{i} + \frac{\partial V}{\partial y} \hat{j} + \frac{\partial V}{\partial z} \hat{k}\right)$

## Condutores:

Equilíbrio eletrostático -> cargas se distribuem pela superfície



## Capacitores:



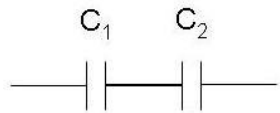
$C = \frac{q}{V}$ ; c-> capacitância, q-> carga, V-> tensão no capacitor

- Métodos de cálculo de capacitância:
  - Definir um campo elétrico interno
  - Calcular  $V = - \int \vec{E} \cdot d\vec{l}$ ; sendo o ponto inicial a placa negativa
  - $C = \frac{q}{V}$

Ex: Placas paralelas

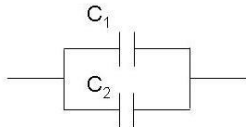
$$|\vec{E}| = \frac{\sigma}{\epsilon_0} \Rightarrow V = - \int - \frac{\sigma}{\epsilon_0} dl = \frac{\sigma}{\epsilon_0} d = q \cdot \frac{d}{A \cdot \epsilon_0} ; C = \frac{q}{V} = A \cdot \frac{\epsilon_0}{d}$$

- Capacitores em série:



$$q_1 = q_2 = q ; V_1 + V_2 = V \Rightarrow \frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$$

- Capacitores em paralelo:



$$V_1 = V_2 = V ; q_1 + q_2 = q \Rightarrow C_{eq} = C_1 + C_2$$

- Capacitor com dielétrico:  
 $C' = K C$  ; onde K é a constante dielétrica

- Energia Armazenada:

$$U = \frac{q^2}{2C}$$

## Circuitos:

$i = \int \vec{j} \cdot d\vec{A}$ , onde  $i$  é a corrente e  $j$ (vetorial) é a densidade de corrente)

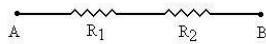
\*\*\*\* obs: velocidade de deriva:  $\vec{v}_d = -\frac{\vec{j}}{e \cdot n}$ ; onde  $e$  é a carga do elétron e  $n$  a densidade de elétrons

- Resistor:



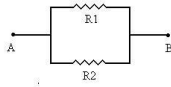
$$R = \frac{\Delta V}{i} = \rho \cdot \frac{L}{A}; \text{ onde } \rho \text{ é a resistividade } (\vec{E} = \rho \cdot \vec{j})$$

- Resistor em série:



$$i = i_1 = i_2 ; V = V_1 + V_2 \Rightarrow R_{eq} = R_1 + R_2$$

- Resistor em paralelo:

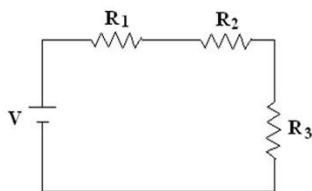


$$i = i_1 + i_2 ; V = V_1 = V_2 \Rightarrow \frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$$

- Análise das tensões – Lei de Kirchhoff:

$\sum V_i = 0$ , ou seja, somatório das tensões em cada elemento seguindo um caminho fechado é igual a zero

Exemplo:



$$V - V_{R1} - V_{R2} - V_{R3} = 0$$

- Circuitos RC:

- Carga do capacitor:  $q(t) = C_{eq} \cdot \varepsilon \cdot (1 - e^{-\frac{t}{(R_{eq} \cdot C_{eq})}})$ ;  $i(t) = \frac{\varepsilon}{R_{eq}} \cdot e^{-\frac{t}{R_{eq} \cdot C_{eq}}}$
- Descarga:  $q(t) = q_0 \cdot e^{-\frac{t}{R_{eq} \cdot C_{eq}}}$ ;  $i(t) = -\frac{q_0}{R_{eq} \cdot C_{eq}} \cdot e^{-\frac{t}{R_{eq} \cdot C_{eq}}}$

## Força Magnética:

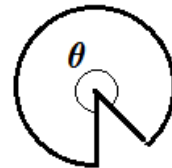
$\vec{F} = q \cdot \vec{v} \times \vec{B}$ , onde  $\vec{v} \times \vec{B}$  é o produto vetorial da velocidade da carga e do campo magnético, e a força é a força sobre uma carga em movimento

- Sobre um fio:  
 $d\vec{F} = i \cdot d\vec{l} \times d\vec{B}$ , calcula-se então F pela integral

## Lei de Biot-Savart (Campo Magnético)

$$\vec{B} = \int d\vec{B} = \int \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{i \cdot d\vec{l} \times \hat{r}}{r^2}$$

- Recomendação:
  1. Antes de mais nada, dividir em infinitos  $i \cdot d\vec{l}$
  2. Calcular em módulo
  3. Lembre-se:  $|d\vec{l} \times \hat{r}| = |d\vec{l}| \cdot |\hat{r}| \cdot \text{sen}(\phi) = dl \cdot \text{sen}(\phi)$
  4. Ver direção e sentido pela regra da mão direita
- Exemplo: Arco de ângulo  $\theta$ , no centro
  1. Dividir o arco em infinitos  $i \cdot d\vec{l}$
  2.  $\vec{B} = \int \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{i \cdot dl \cdot \text{sen}(90)}{r^2} = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot i \cdot \int \left( \frac{r \cdot d\theta}{r^2} \right) = \frac{\mu_0 \cdot i}{2r} \cdot \frac{\theta}{2\pi}$
  3. Suponhamos que a corrente está no sentido horário
  4. Pela regra da mão direita, o vetor campo magnético  $\vec{B}$  aponta para dentro da folha



## Lei de Ampère

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 \cdot i_i$$

- Escolher curva amperiana adequada
- Analisar  $\vec{B}$  na curva
- $i_i \Rightarrow$  corrente que passa internamente a curva
- Exemplo: Calcular o Campo magnético num ponto dentro do fio de grossura R a uma distância r do centro de densidade de corrente uniforme e corrente I
  1. Escolhemos um círculo como curva amperiana
  2. Observa-se pela regra da mão direita a direção e sentido
  3.  $|\vec{j}| \rightarrow \text{constante} \Rightarrow j_r = j_R \Rightarrow \frac{i_i}{\pi r^2} = \frac{I}{\pi R^2} \Rightarrow i_i = I \left( \frac{r}{R} \right)^2$
  4.  $\int \vec{B} \cdot d\vec{l} = \int B \cdot dl = B \int dl = B \cdot 2\pi r = \mu_0 i_i \Rightarrow B = \frac{\mu_0 I}{2\pi} \cdot \frac{r}{R^2}$



## Lei de Faraday-Lenz

$$\varepsilon_{ind} = - \frac{d\phi_B}{dt}, \text{ onde } \phi_B = \int \vec{B} \cdot d\vec{A}$$

Interpretação: força eletromotriz se opõe (sinal de menos) a variação do fluxo, cria um campo magnético induzido  $B_{ind}$  oposto a variação

- Analisar variação do fluxo
- Analisar direção e sentido de  $B_{ind}$
- Usar regra da mão direita para calcular sentido da corrente induzida
- $i_{ind} = \frac{|\varepsilon_{ind}|}{R}$  quando houver uma resistência que torne possível essa conta

## Indutores



$$V = -L \cdot \frac{di}{dt}; L \rightarrow \text{indutância}$$

- Método de cálculo da indutância:
  - Calcular o campo magnético interno
  - Calcular o fluxo (ou N vezes o fluxo para N espiras)
  - $L = \frac{N \cdot \phi_B}{i}$

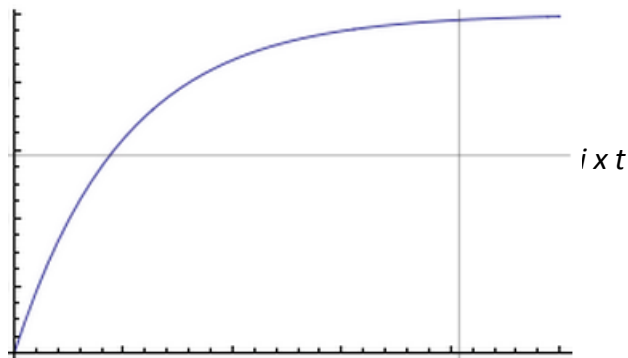
## Circuitos RL

Circuito com fonte e indutor sem energia:

$$i(t) = \frac{\varepsilon}{R} (1 - e^{-\frac{t \cdot R_{eq}}{L}})$$

$$V_L(t) = \varepsilon \cdot e^{-\frac{t \cdot R_{eq}}{L}}$$

$$V_R(t) = \varepsilon (1 - e^{-\frac{t \cdot R_{eq}}{L}})$$



Após retirada da fonte (apenas indutor com energia e resistor):

$$i(t) = i_0 \cdot e^{-\frac{t \cdot R_{eq}}{L}}$$

$$V_L(t) = -V_R(t)$$

$$V_R(t) = R \cdot i_0 \cdot e^{-\frac{t \cdot R_{eq}}{L}}$$

Obs.: Polaridade do indutor inverte conforme a corrente começa a diminuir

### Circuitos LC sem presença de fem [Oscilações Eletromagnéticas]

- A energia está armazenada em algum elemento já posteriormente (capacitor e/ou indutor)
- Uma análise interessante a se fazer é a da conservação de energia, a partir da energia máxima:

$$U = U_{BM} = U_{CM} = \frac{1}{2} \cdot L \cdot i_M^2 = \frac{1}{2} \cdot C \cdot V_M^2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{q_M^2}{C}$$

- A frequência de oscilação é  $\omega = \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{L \cdot C}}$
- Carga do capacitor:  $q(t) = q_M \cdot \cos(\omega \cdot t + \phi)$
- $i(t) = -\omega \cdot q_M \cdot \text{sen}(\omega \cdot t + \phi)$ ; ou seja:  $i_M = \omega \cdot q_M$

### Oscilações Amortecidas:

- A presença do resistor funciona como um amortecedor para a oscilação
- A energia começa no indutor/capacitor e vai sendo dissipada pelo resistor

$$q(t) = q_M \cdot e^{\frac{-R \cdot t}{2L}} \cdot \cos(\omega t + \phi); \omega = \sqrt{\omega_0^2 - \left(\frac{R}{2L}\right)^2}$$

$$i(t) = i_M \cdot e^{\frac{-R \cdot t}{2L}} \cdot \cos(\omega t + \phi)$$

$\gamma = \frac{R}{2L}$  é o coeficiente de amortecimento

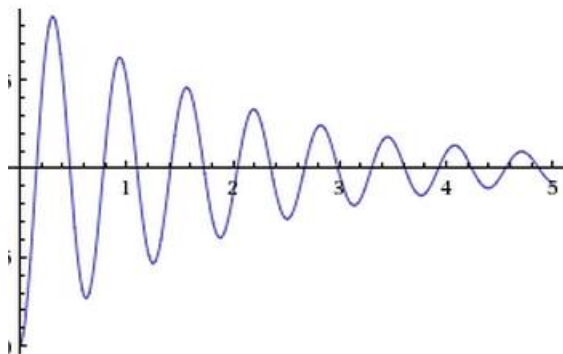


Gráfico de  $i$  em função do tempo

## Corrente Alternada

- $\varepsilon(t) = \varepsilon_m \cdot \text{sen}(\omega t)$   
 $i(t) = I_M \text{sen}(\omega t - \phi)$
- $X_L = \omega \cdot L$   
 $X_C = \frac{1}{\omega \cdot C}$   
 $Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}$  são as impedâncias capacitiva, indutora e resultante
- Pela lei de Kirchoff, temos que:  $\varepsilon = V_R + V_L + V_C$
- Em ressonância,  $\omega = \omega_o = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ , temos então:  $X_L = X_C; Z = R; \phi = 0$
- $\tan(\phi) = \frac{(X_L - X_C)}{R}$   
 $\cos(\phi) = \frac{R}{Z}$
- $V_R(t) = R \cdot i(t)$   
 $V_L(t) = X_L \cdot i(t)$   
 $V_C(t) = X_C \cdot i(t)$ , como pode ser visto, as impedâncias funcionam como espécies de “resistências”
- $\frac{\text{ValoresMáximos}}{\sqrt{2}} = \text{ValoresMédiosQuadráticos (rms)}$
- Potência:  $P_{med} = \frac{1}{2} \varepsilon_M \cdot I_M \cdot \cos(\phi) = \varepsilon_{rms} \cdot i_{rms} \cdot \cos(\phi)$
- Toda a potência é dissipada no resistor, então  $P_{med} = \frac{1}{2} I_M^2 \cdot R = i_{rms}^2 \cdot R$
- Diagrama de fasores:

