PUC-RIO – CB-CTC

G2 DE MECÂNICA NEWTONIANA B – 08.05.2012

Nome :____

Assinatura: ____

Matrícula:______________________________________Turma:________________

NÃO SERÃO ACEITAS RESPOSTAS SEM JUSTIFICATIVAS E CÁLCULOS EXPLÍCITOS.

Não é permitido destacar folhas deste caderno de respostas.

A prova só poderá ser feita a lápis, caneta azul ou preta.

É permitido o uso de calculadoras científicas simples. Não é permitido o uso de calculadoras gráficas ou celulares.

Questão	**Valor**	**Grau**	**Revisão**
1ª Questão	**2,0**		
2ª Questão	**2,0**		
3ª Questão	**3,0**		
4ª Questão	**3,0**		
Total	10,0		

Constantes físicas : Tome g = 10,0 m/s^2

Expressões úteis:

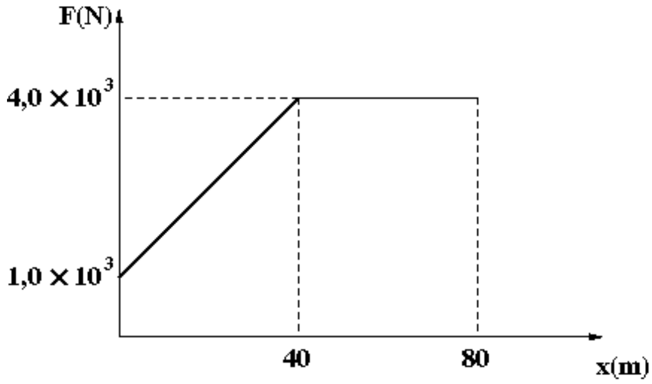
$K = \frac{1}{2} mv^2$; $F_{mola} = -kx$; $U_{mola} = \frac{1}{2} kx^2$

G2 - FIS1026 – 08/05/2012

1ª Questão: (2,0)

Um grande bloco de massa 500kg deve ser transportado horizontalmente através de uma distância total de 100 m sobre um piso com atrito. Um trator empurra o bloco durante os primeiros 80 m com uma força variável, descrita pelo gráfico abaixo.

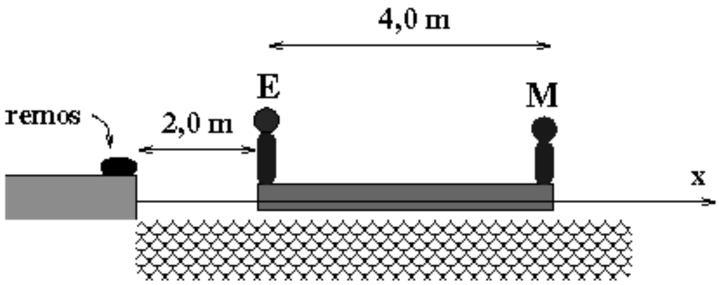
a) [0,8] Calcule o trabalho total realizado pelo trator sobre o bloco.
b) [0,7] Sabendo que o bloco chega totalmente em repouso ao fim dos 100 m, encontre o coeficiente de atrito cinético entre o bloco e o piso.
c) [0,5] Ache a velocidade do bloco na posição x = 80m.



2ª Questão: (2,0)

Eduardo e Mônica resolvem fazer um romântico passeio de canoa. Eduardo, com 80 kg, senta-se em um extremo da canoa, enquanto Mônica, com 50 kg, senta-se no outro extremo. A ponta em que está sentado Eduardo dista de 2,0 m da margem. O barco tem um comprimento total de 4,0 m e massa de 120 kg. Quebrando o romantismo, Eduardo se dá conta de que esqueceu os remos na margem e tem a seguinte ideia: se eles trocam de lugar, o barco deverá se mover em direção à margem e com isto Mônica pode tentar alcançar os remos. Para não perderem o equilíbrio, primeiro caminhou Mônica, depois Eduardo.

Tome o eixo x começando na margem e crescendo na direção da canoa, como na figura ao lado. Despreze o atrito entre a canoa e a água.

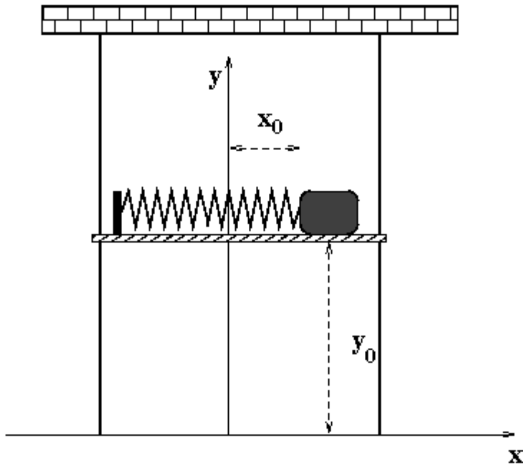


a) [0,8] Durante o deslocamento de Mônica, a canoa tem uma velocidade escalar de 0,3 m/s em relação à água. Qual é a velocidade de Mônica, também em relação à água?

b) [1,2] O braço de Mônica tem 60 cm. Ao final do deslocamento de ambos, ela consegue alcançar os remos? *(despreze a variação do centro de massa de Mônica ao esticar um braço)*

Justifique claramente o desenvolvimento em ambos itens!

3ª Questão: (3,0)



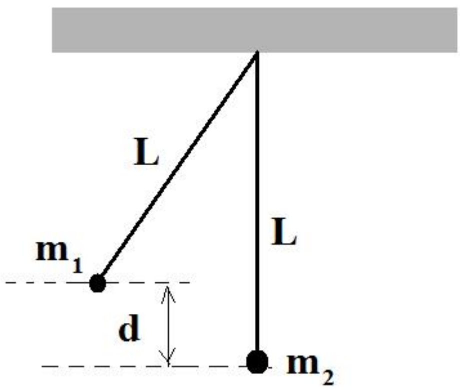
Um bloco de massa *m* está acoplado a uma mola de constante elástica *k* sobre uma plataforma horizontal, não havendo atrito entre a plataforma e o bloco. A plataforma se encontra inicialmente sendo sustentada a uma altura y_0 em relação ao solo e o bloco estirado de x_0 em relação ao ponto de equilíbrio da mola (ver figura). Nesta configuração, simultaneamente a plataforma é solta e começa a cair livremente (escorregando pelas hastes sem atrito) e o bloco é solto.

Sendo assim, havendo saído do repouso, o bloco tem dois movimentos: oscila horizontalmente, enquanto cai em queda livre.

Tome x = 0 m a posição de equilíbrio da mola e y = 0 m a posição no solo (tal como no sistema de referência da figura).

a) [0,7] Calcule o trabalho total sobre o bloco, devido às forças da mola e da gravidade, desde o ponto de partida até atingir uma altura y_B e uma posição horizontal x_B.
b) [0,3] *Justifique claramente* porquê as forças envolvidas neste movimento são conservativas.
c) [1,0] Encontre a velocidade escalar do bloco, v, em função de uma altura genérica y e posição horizontal x. Justifique cuidadosamente os passos para chegar a esta expressão.
d) [1,0] Observa-se que o bloco tem a mesma velocidade escalar quando está em dois pontos distintos: $(x_1,y_1) = (2m, 5m)$ e $(x_2,y_2) = (3m, 2m)$. Sabendo que o bloco tem massa m = 2,0 kg, encontre a constante elástica da mola.

4ª Questão: (3,0)



Dois pêndulos de igual comprimento L = 100 cm estão situados inicialmente como na figura. O pêndulo da esquerda é solto da altura d = 30 cm e colide contra o outro, que estava inicialmente em repouso. Nesta colisão vamos desprezar a massa dos fios e quaisquer efeitos de atrito.

Suponha primeiramente que a colisão é elástica.

a) [1,0] Escreva as equações das leis de conservação que caracterizam a colisão em si, relacionando as quantidades relevantes logo antes e logo depois da colisão.
b) [1,0] Seja o caso particular em que $m_1 = m_2$. Encontre a altura que se eleva o corpo m_2. *(Faça os cálculos, não use respostas prontas!)*

Agora suponha que a colisão é totalmente inelástica.

c) [1,0] Se $m_2 = 2m_1$, a que altura se eleva o centro de massa do conjunto após a colisão?

G2 - FIS1026 – 08/05/2012- GABARITO

1ª Questão: (2,0)

a) [0,8] O trabalho do trator pode ser calculado pela área do gráfico, por exemplo, a área do trapézio à esquerda mais a área do retângulo à direita:
$W_{trator} = (1 + 4)x10^3x40/2 + (80\text{-}40)x4x10^3 = 2{,}6x10^5$ J.

b) [0,7] Teorema trabalho-energia: $W_{total} = W_{trator} + W_{atrito} = \Delta K = 0$ (bloco inicia do repouso e termina em repouso). Portanto, Watrito = - Wtrator => $-\mu$ mg d = - Wtrator => $-\mu$ x500x10x100 = - 2,6 x10^5 . Resolvendo encontra-se $\mu = 0{,}52$.

c) [0,5] Pode-se calcular de duas maneiras
W_{atrito} (80m até 100 m) = K(100m) – K(80m) = 0 - ½ mv^2 =>
-0,52 x 500 x10 x20 = - ½ 500 v^2 => v = 14,4 m/s
ou W_{total} (0 a 80m) = K(80m) – K(0m) => W_{trator} (0—80) + W_{atrito} (0—80) = ½ mv^2
=> 2,6x10^5 – 0,52x500x10x80 = ½ 500 v^2 => v = 14,4 m/s

2ª Questão: (2,0)

c) [0,8] Não havendo atrito entre a água e o barco, o sistema é isolado: velocidade de CM se conserva:
v_{CM} (antes) = v_{CM} (depois). Como a canoa e seus passageiros estavam em repouso, v_{CM} (antes) = 0 = $(m_M v_M + m_E v_E + m_C v_C)/(M_{total})$. Avelocidade da canoa é também a velocidade de Eduardo (que inicialmente não se desloca) $v_C = v_E = 0{,}3$ m/s. Daí :
50 v_M + 80x0,3 + 120x0,3 = 0 => v_M = -1,2 m/s
(o sinal negativo evidencia que ela se move para a esquerda, como deve ser).

d) [1,2] Se $v_{CM} = 0$ então a posição de CM não muda: x_{CM} (antes) = x_{CM} (depois).
x_{CM} (antes) = $(m_M x_M + m_E x_E + m_C x_C)/ M_{total}$ = (50x6 + 80x2 +120x4)/250 = 3,76 m
Queremos encontrar a nova posição d da borda da canoa à margem:
x_{CM} (depois) = $[m_M(d) + m_E(d+4) + m_C(d+2)]/ M_{total}$ = 3,76 m => d = 1,52 m.
A canoa está agora a 1,52 m da margem e assim, mesmo esticando o braço, Monica não alcança os remos.

3ª Questão: (3,0)

(a) [0,7] O trabalho total é a soma do trabalho feito pela força peso e pela força da mola desde a posição (x_0, y_0) até (x_B, y_B) :

$$W_{0B} = -k\int_{x_0}^{x_B} x\,dx - mg\int_{y_0}^{y_B} dy = -\frac{k}{2}x^2\Big|_{x_0}^{x_B} - mgy\Big|_{y_0}^{y_B} \Rightarrow W_{0B} = -\frac{k}{2}\left(x_B^2 - x_0^2\right) - mg\left(y_B - y_0\right)$$

Obs: Foi dado 0,6 para quem calculou o trabalho a partir de -ΔU, e 0,5 para quem não integrou as forças e somou diretamente o trabalho da força elástica com o trabalho da força peso.

b) [0,3] Como pode ser observado do cálculo do item anterior, o trabalho total só depende dos pontos final (x_B, y_B) e inicial (x_0, y_0) , não dependendo, portanto, da trajetória que leva de um ponto a outro, o que caracteriza forças conservativas.

c) [1,0] Para isto, como as forças em questão são conservativas, podemos usar a conservação da energia mecânica total, ou mesmo usar o teorema trabalho/energia cinética:

$$W = -\frac{k}{2}\left(x^2 - x_0^2\right) - mg\left(y - y_0\right) = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}mv_0^2$$

Como a plataforma é solta e cai livremente, então $v_0 = 0$, e portanto

$$\frac{1}{2}mv^2 = -\frac{k}{2}\left(x^2 - x_0^2\right) - mg\left(y - y_0\right) \Rightarrow v = \sqrt{\frac{k}{m}\left(x_0^2 - x^2\right) + 2g\left(y_0 - y\right)}$$

d) [1,0] Para isto podemos utilizar, alternativamente, a conservação da energia:

$$E_1 = E_2 \Rightarrow mgy_1 + \frac{1}{2}kx_1^2 + \frac{1}{2}mv_1^2 = mgy_2 + \frac{1}{2}kx_2^2 + \frac{1}{2}mv_2^2$$

como $v_1 = v_2$, então => $mgy_1 + \frac{1}{2}kx_1^2 = mgy_2 + \frac{1}{2}kx_2^2$

o que dá $k = -2mg\frac{\left(y_2 - y_1\right)}{\left(x_2^2 - x_1^2\right)}$. Substituindo os valores temos: $k = -4\times 10\times\frac{(2-5)}{\left(3^2 - 2^2\right)} = 24N/m$

4ª Questão: (3,0)

a) [1,0] No instante da colisão há conservação de momento linear total,

$$m_1V_{1i} + m_2V_{2i} = m_1V_{1f} + m_2V_{2f}$$

e, dado que a colisão é elástica, há conservação de energia cinética total:

$$½m_1V_{1i}^2 + ½m_2V_{2i}^2 = ½m_1V_{1f}^2 + ½m_2V_{2f}^2$$

Estas leis são validas somente no instante da colisão (no ponto mais baixo do movimento pendular). Não começam valendo desde que m_1 começa a cair nem até que m_2 atinja seu ponto mais alto.

b) [1,0] Há três etapas:1. Queda de m_1 até colidir com m_2; 2. Colisão elástica entre m_1 e m_2; 3. Subida de m_2 após a colisão

Etapa 1: Quando m_1 é solto a partir do repouso a energia potencial dele se transforma em energia cinética (considerando o zero de potencial na posição de m_2). Assim:

$m_1gd = ½m_1V^2 \rightarrow V = (2gd)^{1/2}$. Esta velocidade é a velocidade inicial de m_1 na colisão.

Etapa 2: Como m_2 esta em repouso $\rightarrow V_{2i} = 0$. A colisão vai dar energia cinética para m_2 que se transformará por inteiro em energia potencial na posição mais alta. Precisamos calcular V_{2f}. Usando as leis de conservação e lembrando que $m_1 = m_2 = m$:

$mV_{1i} = mV_{1f} + mV_{2f}$ e $½mV_{1i}^2 = ½mV_{1f}^2 + ½mV_{2f}^2$ $\rightarrow V_{1i} = V_{1f} + V_{2f}$ e $V_{1i}^2 = V_{1f}^2 + V_{2f}^2$. Nosso objetivo é calcular V_{2f}. Existem varias formas de fazer isso. Uma delas é a seguinte:

$V_{1f} = V_{1i} - V_{2f} \rightarrow V_{1i}^2 = (V_{1i} - V_{2f})^2 + V_{2f}^2 = V_{1i}^2 + V_{2f}^2 + V_{2f}^2 - 2V_{1i}V_{2f} \rightarrow V_{2f}^2 - V_{1i}V_{2f} = 0 \rightarrow V_{2f}^2 = V_{1i}V_{2f} \rightarrow V_{2f} = V_{1i}$ (supondo que $V_{2f} \neq 0$).

Assim, neste caso $V_{2f} = V_{1i} = (2gd)^{1/2}$

Etapa 3: A massa m_2 transforma a energia cinética em energia potencial:

$$m_2gh = ½m_2V_{2f}^2 \rightarrow gh = ½\,(2gd) \rightarrow h = d.$$

O corpo m_2 sobe até a altura de 30 cm.

Observação: a conservação da energia total não é aplicável somente igualando a potencial inicial e a potencial final. Se assim fosse, em todas as colisões elásticas de pêndulos, independente das massas, os corpos subiriam a mesma altura após a colisão.

c) [1,0] Numa colisão totalmente inelástica, os corpos ficam grudados após a colisão. Neste caso somente o momento linear total é conservado durante a colisão. Como foi visto nas etapas 1 e 3 do item b), para calcular a altura que o centro de massa do conjunto vai subir, precisamos conhecer a velocidade do conjunto após a colisão.

Assim: o corpo m_1 chega na colisão com velocidade $V_{1i} = (2gd)^{1/2}$. Na colisão:

$$m_1V_{1i} = (m_1 + m_2)V_f = (3m_1)V_f \rightarrow V_f = V_{1i} / 3.$$

Aplicando a conservação da energia mecânica no conjunto (isto acontece no centro de massa):

$3m_1gh = ½(3m_1)V^2$ sendo V a velocidade do conjunto após a colisão.

$\rightarrow gh = ½V_f^2 = ½\,V_{1i}^2/9 = ½\,(2gd)/9 = gd/9 \rightarrow h = d/9 = 30/9 = 3{,}3$ cm

O centro de massa do conjunto vai subir 3,3 cm.