PROVA G4 FIS 1021 – 03/12/2008

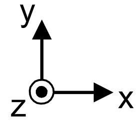
MECÂNICA NEWTONIANA

NOME:___GABARITO__________________________ Nº:__________

TURMA:________

QUESTÃO	VALOR	GRAU	REVISÃO
1	3,5		
2	3,0		
3	1,0		
4	1,0		
5	1,5		
TOTAL	10,0		

Sistema de coordenadas



Dados:

$g = 10{,}0\ m/s^2 = 1000\ cm/s^2$

$\vec{F} = m\vec{a}$

$a_{centripeta}=v^2/r$, $\mathbf{a}=d\mathbf{V}/dt$, $\mathbf{a}=d^2\mathbf{r}/dt^2$

$\Sigma\tau=I\alpha$, $\tau=d\mathbf{L}/dt$

$K=mV^2/2$ $K_{rot}= I\omega^2/2$ $E_{pgrav}=mgh$ $W=\int \mathbf{F.dr}$ $W=\Delta E_c=-\Delta E_p$

$Fat=\mu N$

$\mathbf{p}=m\mathbf{v}$

sen $30{,}0^o=\cos 60^o=0{,}5$ cos $30{,}0^o=$ sen $60^o=0{,}866$

A duração da prova é de 1 hora e 50 minutos.

As respostas sem justificativas não serão computadas.

Esta prova tem 4 folhas, contando com a capa. Confira.

(1ª questão: 3,5 pontos): Não existe atrito entre um piso horizontal e uma prancha plana de massa M = 10,0 kg em repouso sobre o piso. Coloca-se um caixote de massa m = 5,00 kg sobre a prancha. Há atrito entre o caixote e a prancha, sendo o coefiente de atrito estático μ_e = 0,400 e o cinético μ_c = 0,200.

Aplica-se uma força horizontal de módulo F = 100 N sobre a prancha.

(a) (1,0 ponto) Considere a possibilidade do caixote e a prancha se deslocarem juntos. Calcule então a força de atrito sobre o caixote necessária para produzir esse movimento. Determine a seguir o valor da força de atrito estático máxima sobre o caixote. Compare esses resultados e diga se o caixote desliza sobre a prancha. Justifique a partir de leis físicas.

Para que o caixote e a prancha pudessem se deslocar juntos o sistema caixote-prancha teria movimento horizontal com $\mathbf{F_R} = \mathbf{ma}$ → F = (m + M).a → a = 100/(5 + 10) = 6,67 m/s^2.
Portanto a força de atrito sobre o caixote valeria: $\mathbf{F_R} = \mathbf{ma}$ → $f_E = ma_c$ → f_E = 5x6,67 = 33,4 N.
Contudo a força de atrito estática máxima vale: $f_{Em\acute{a}x} = \mu_E N = \mu_E mg$ = 0,4.5.10 = 20 N.
Como a força de atrito estática máxima é menor que a força de atrito estática necessária para que o caixote e a prancha se desloquem juntos, nesse caso haverá deslizamento.

$F_{at(movimento)}$=33,4N

$F_{at(est\ m\acute{a}xima)}$=20N

O caixote (X)desliza porque a força de atrito estática máxima é menor que a força de atrito estática necessária para que o caixote e a prancha se desloquem juntos
( ) não desliza

(b) (1,0 ponto) Encontre os valores das acelerações da prancha e do caixote.

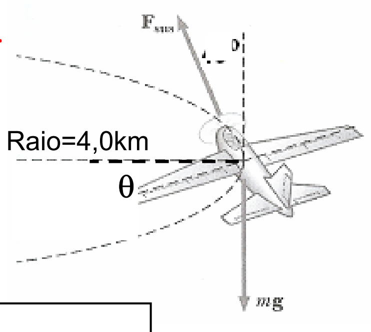
Caixote: $\mathbf{F_R} = \mathbf{ma}$ → $f_C = m.a_C$ → $\mu_C N_C = ma_C$ → $a_C = \mu_C g$ → a_C = 0,2.10 = 2,0 m/s^2 .
Prancha: $\mathbf{F_R} = \mathbf{ma}$ → F - $f_C = M.a_P$ → 100 - $\mu_C mg = 10.a_P$ → a_P = (100 - 0,2.5.10)/10 = 9,0 m/s^2 .

$a_{prancha}$=9,0 m/s^2

$a_{caixote}$=2,0 m/s^2

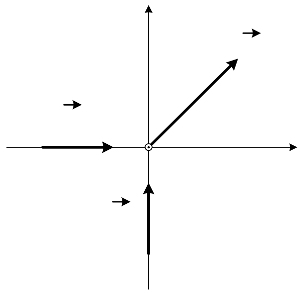
(c) (1,5 ponto) Um passageiro no aeroporto observa um avião descrever uma grande curva circular horizontal com raio de 4,0 km, esperando a ordem de pousar. O avião tem suas asas inclinadas de um ângulo θ em relação ao plano horizontal e realiza uma volta completa em 5,0 minutos com velocidade de módulo constante. Admita a força de sustentação aerodinâmica ($\mathbf{F}_S$) perpendicular às asas e g = 10 m/s^2. Encontre o valor do ângulo θ a partir de leis físicas. (Caso não possua uma calculadora para a determinação do ângulo, deixe indicado o último cálculo a ser efetuado.)

Forças no avião (direção vertical): $\mathbf{F_R} = \mathbf{0}$ → F_{Sy} = mg onde $F_{Sy} = F_S.\cos\theta$ → $F_S.\cos\theta$ = mg.
Forças sobre o avião (direção horizontal): $\mathbf{F_R} = \mathbf{ma_{CP}}$ → $F_{Sx} = mv^2/R$ onde $F_{Sx} = F_S.\text{sen}\,\theta$ e $F_S.\text{sen}\,\theta = m(2\pi R/T)^2/R$ → $F_S.\text{sen}\,\theta = m4\pi^2R/T^2$.
Fazendo a razão: $(F_S.\text{sen}\,\theta / F_S.\cos\theta) = (m4\pi^2R/T^2)/mg$ → tg θ = $4\pi^2R/T^2g$ →
tg θ = 4.(3,14)^2.4.10^3./(5.60.10) → tg θ = 0,17528 → θ ≈ 10°.



θ=10°

(2ª questão; 3,0 pontos): Dois automóveis de massas iguais a M e velocidades $\vec{V}_{1a}$ e $\vec{V}_{2a}$ de módulos iguais a V se deslocam perpendicularmente entre si nos sentidos positivos dos eixos x e y, respectivamente, e colidem ao se encontrarem na origem. Imediatamente após a colisão, o primeiro automóvel adquire o vetor velocidade $\vec{V}_{1f}$ que forma ângulo igual a 45° com o eixo x, conforme mostra a Figura ao lado.



(a) (VALOR 0,5 PONTO) Determine o módulo do vetor velocidade $\vec{V}_{1f}$ em função de V, sabendo que o segundo automóvel permaneceu em repouso imediatamente após a colisão.

Com base na Figura, pode-se escrever:

$$M\vec{V}_{1i} + M\vec{V}_{2i} = M\vec{V}_{1f} + M\vec{V}_{2f} \quad \rightarrow \quad \vec{V}_{1f} = V\hat{x} + V\hat{y} \quad \rightarrow \quad |\vec{V}_{1f}| = \sqrt{V^2 + V^2} = \sqrt{2}V \qquad (1)$$

V_{1f} =(2)1/2V

(b) (VALOR 0,5 PONTO) Indique, justificando com base nas respectivas definições, se a colisão descrita no item (a) é elástica ou não. Respostas sem justificativas não serão consideradas.

Tem-se que:

$$K_i = \frac{1}{2}M|\vec{V}_{1i}|^2 + \frac{1}{2}M|\vec{V}_{2i}|^2 = \frac{1}{2}MV^2 + \frac{1}{2}MV^2 = MV^2 \quad \text{e}$$

$$K_f = \frac{1}{2}M|\vec{V}_{1f}|^2 = MV^2 \quad (2)$$

A colisão é elástica ■ Sim

☐ Não

Justificativa: $K_i = K_f$, a colisão é elástica

Como $K_i = K_f$, a colisão é elástica, por definição.

(c) (VALOR 0,5 PONTO) Sabendo que a colisão descrita no item (a) teve a duração de 0,1 s, determine os <u>vetores</u> forças médias $\vec{F}_{1m}$ e $\vec{F}_{2m}$ que agiram sobre os dois automóveis durante a mesma, em função de V.

$\vec{F}_{1m}$ =
$\vec{F}_{2m}$ =

Em geral, $\vec{F}_m\Delta t = \Delta\vec{p} = \vec{p}_f - \vec{p}_i$. Portanto:

$$\vec{F}_{m1} = \frac{1}{\Delta t}(\vec{p}_{f1} - \vec{p}_{i1}) = \frac{M}{\Delta t}(\vec{V}_{f1} - \vec{V}_{i1}) = \frac{M}{\Delta t}[(V\hat{x} + V\hat{y}) - V\hat{x}] = 10MV\hat{y}$$

Pode-se imediatamente concluir que $\vec{F}_{m2} = -\vec{F}_{m1} = -10MV\hat{y}$. De fato:

$$\vec{F}_{m2} = \frac{1}{\Delta t}(\vec{p}_{f2} - \vec{p}_{i2}) = \frac{M}{\Delta t}(\vec{V}_{f2} - \vec{V}_{i2}) = \frac{M}{\Delta t}(\vec{0} - V\hat{y}) = -10MV\hat{y}$$

(d) (VALOR 0,5 PONTO) Para esta questão, suponha que os automóveis sofreram uma colisão inelástica. Determine o <u>vetor</u> velocidade dos automóveis $\vec{V}_{2f}$ em função de V.

Como a colisão é perfeitamente inelástica, $\vec{V}_{1f} = \vec{V}_{2f}$. Logo, obtém-se:

$$M\vec{V}_{1i} + M\vec{V}_{2i} = M\vec{V}_{1f} + M\vec{V}_{2f} \quad \rightarrow \quad 2\vec{V}_{2f} = V\hat{x} + V\hat{y} \quad \rightarrow \quad \vec{V}_{2f} = \vec{V}_{1f} = \frac{V}{2}(\hat{x} + \hat{y})$$

$\vec{V}_{2f}$=

(e) (VALOR 1,0 PONTO) Determine os <u>vetores</u> velocidades V_{CMfa} e V_{CMfb} do centro de massa do sistema formado pelos dois automóveis imediatamente após as colisões descritas nos itens (a) e (d), em função de V.

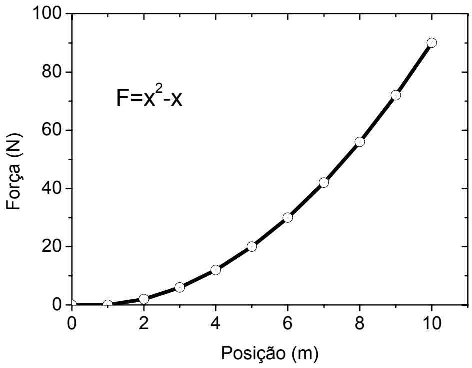
A partir da definição de $\vec{V}_{CM}$ e das primeiras partes das equações (1) e (3), tem-se:

$$\vec{V}_{CMf} = \frac{1}{2M}(M\vec{V}_{1f} + M\vec{V}_{2f}) = \frac{1}{2M}(M\vec{V}_{1i} + M\vec{V}_{2i}) = \frac{V}{2}(\hat{x} + \hat{y})$$

Este resultado é independente do tipo da colisão. Isto é, $\vec{V}_{CMfa} = \vec{V}_{CMfb} = \vec{V}_{CMf}$.

$\vec{V}_{CMfa}$ =
$\vec{V}_{CMfb}$ =

(3ª questão: 1,0 ponto): Uma força agindo sobre uma partícula de massa igual a 1,0 kg que se movimenta em linha reta ao longo do eixo x é dada por $F = x^2 - x$. A partícula se encontra em repouso na posição x = 1,0 m. O gráfico ao lado representa a força que atua sobre a partícula em função de sua posição.



a) (0,5 ponto) Calcule o trabalho realizado pela força F para levar a partícula da posição x = 1,0 m até a posição x = 10 m.

$$W=\int_1^{10}(x^2-x)dx=\left(\frac{x^3}{3}-\frac{x^2}{2}\right)\Big|_1^{10} = 1000/3-100/2-1/3+1/2=$$

=333,3-50-0,3+0,5=283,5J

W =283,5J

b) (0,5 ponto) Determine a velocidade da partícula na posição x = 10 m.

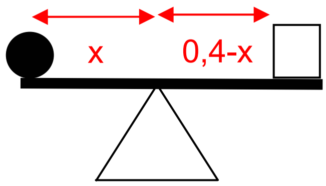
$W=\Delta k \rightarrow W=k_f-k_0$

em x=1,0m, a partícula tem k=0 e W de 1,0m até 10 m W=283,5J

$283,5=k_f \rightarrow mV^2/2=283,5 \quad V^2=2*283,5 \rightarrow V=23,8$m/s

V =23,8m/s

(4ª questão: 1,0 pontos): Um homem deseja separar 1,0 kg de arroz. Para isso, ele dispõe de uma haste delgada de comprimento 0,40 m e massa desprezível, um bloco que pode atuar como eixo capaz de sustentar a haste, uma massa conhecida de 0,60 kg e uma régua. O homem, conhecendo as condições necessárias para o equilíbrio de um corpo rígido, monta um sistema simples, conforme mostra a figura ao lado. A massa de 0,60 kg é colocada em uma das extremidades da haste e o saco de arroz na outra. Determine a distância x entre a massa de 0,60 kg até o eixo que se deve colocar a haste para que o sistema fique em equilíbrio na horizontal, ao se colocar exatamente 1,0 kg de arroz no saco.



$\Sigma\tau=0$

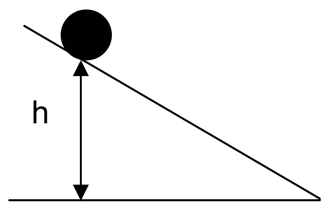
$m_1gx-m_{arroz}g(0,4-x)=0$

$m_1x-m_{arroz}(0,4-x)=0$

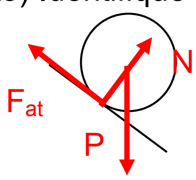
$0,6x-0,4+1,0x=0 \rightarrow 1,6x=0,4 \rightarrow x=0,4/1,6 \rightarrow x=0,25$m

x =0,25m

(5ª questão: 1,5 pontos): Uma esfera maciça de massa M, raio R e momento de inércia $I=\frac{2MR^2}{5}$, é solta a partir do repouso em um plano inclinado áspero a partir de uma altura h. O ângulo entre a horizontal e o plano inclinado é de 30°. Ao ser solta, a esfera rola sem deslizar.



a) (0,5 ponto) Identifique na figura abaixo as forças que atuam na esfera.



b) (1,0 ponto) Usando considerações de energia, determine a velocidade do centro de massa da esfera no final do plano inclinado em função de h, M, R e g.

$E_{mec.inicial}=E_{mec.final}$

$mgh=mV_{CM}^2/2+I\omega^2/2 \qquad v_{CM}=\omega R$

$2mgh= mV_{CM}^2+2mR^2V_{CM}^2/(5R^2) \rightarrow 2gh= V_{CM}^2+2V_{CM}^2/5$

$2gh=7V_{CM}^2/5 \rightarrow V_{CM}^2=10gh/7 \quad V_{CM}=(10gh/7)^{1/2}$

$V_{CM}=(10gh/7)^{1/2}$