PROVA G3 FIS 1021 – 25/011/2008

MECÂNICA NEWTONIANA

NOME:________________________________ Nº:_________

TURMA:_______

QUESTÃO	VALOR	GRAU	REVISÃO
1	2,0		
2	1,0		
3	3,5		
4	3,5		
TOTAL	10,0		

Dados:

$g = 10{,}0\ m/s^2 = 1000\ cm/s^2$

$\vec{F} = m\vec{a}$

$\mathbf{L}=I\boldsymbol{\omega}$

$\Sigma\boldsymbol{\tau}=I\boldsymbol{\alpha}$

$\boldsymbol{\tau}=d\mathbf{L}/dt$

Teorema dos eixos paralelos $I=I_{CM}+Mh^2$

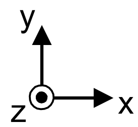
$K=mV^2/2$ $K_{rot}= I\omega^2/2$

$\mathbf{a}=d\mathbf{V}/dt$, $\mathbf{a}=d^2\mathbf{r}/dt^2$

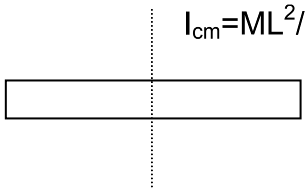
$Fat=\mu N$

sen $60{,}0^o= 0{,}866$ cos $60{,}0^o=0{,}5$

Sistema de coordenadas



$I_{cm}=ML^2/12$



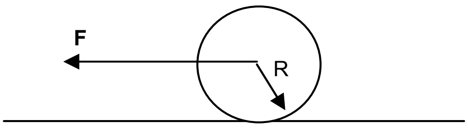
Haste delgada

A duração da prova é de 1 hora e 50 minutos.

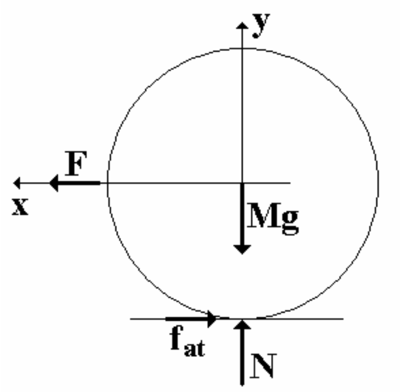
As respostas sem justificativas não serão computadas.

Esta prova tem 4 folhas, contando com a capa. Confira.

(1ª questão: 2,0 pontos): O ioiô mostrado na Figura tem massa M, momento de inércia I_{CM} em relação a seu centro de massa, raio externo R e eixo interno de dimensões despreziveis, em torno do qual um cordão de massa desprezível está enrolado. Este cordão pode ser puxado fazendo com que o ioio se desloque sobre uma superfície horizontal aspera. O ioiô está inicialmente em repouso sobre uma mesa horizontal e pode rolar livremente. Os coeficientes de atrito estático e cinético entre o ioiô e a mesa são μ_e e μ_c, respectivamente.



(a) (1,0 PONTO) O cordão é puxado pela força horizontal de módulo F conforme mostra a Figura, fazendo o ioiô rolar sem deslizar. Determine o módulo e o sentido da força de atrito e a aceleração angular do ioiô.



(a) Com base na Figura, pode-se escrever:

$$F - f_{at} = Ma_{CM} = MR\alpha \qquad (1)$$

$$Rf_{at} = I_{CM}\alpha \qquad (2)$$

Multiplicando a equação (1) por R e somando membro a membro o resultado à equação (2), obtém-se:

$$RF = (I_{CM} + MR^2)\alpha \therefore \alpha = \frac{R}{(I_{CM}+MR^2)}F \qquad (3)$$

Substituindo α da equação (2) pelo lado direito da equação (3), determina-se:

$$f_{at} = I_{CM}\frac{\alpha}{R} = \frac{I_{CM}}{(I_{CM}+MR^2)}F \qquad (4)$$

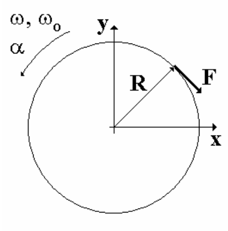
O sentido da força de atrito está assinalado na Figura.

(b) (1,0 PONTO) Determine o maior valor do módulo da força F que permite o rolamento sem deslizamento do ioiô.

Da equação (4) do item anterior e lembrando que $f_{at} \leq \mu_e N = \mu_e Mg$, obtém-se:

$$f_{at} = \frac{I_{CM}}{(I_{CM}+MR^2)}F \leq \mu_e Mg \quad \rightarrow \quad F \leq \mu_e \frac{(I_{CM}+MR^2)}{I_{CM}}Mg$$

(2ª questão: 1,0 ponto): Um disco de raio R = 2,0 m contido no plano horizontal gira com velocidade angular constante ω_0 = 20 rad/s em torno de eixo vertical que passa pelo centro do disco. No instante t_0 = 0 s, um pino que funciona como freio é acionado. Este pino pressiona lentamente o disco, aumentando gradativamente a força F aplicada, tangente à borda e contida no plano do disco. Sabe-se que o módulo da força F aplicada varia com o tempo de acordo com a expressão F = 3t (N) e que o momento de inércia do disco em relação ao eixo de rotação é I_{disco}= 3,0 kg·m^2.



(a) (0,5 PONTO) Determine a aceleração angular do disco em função do tempo.

$$-RF = I_{disco}\alpha \quad \rightarrow \quad \alpha = -\frac{RF}{I_{disco}} = -\frac{2 \times 3t}{3} = -2t\, rad/s^2$$

(b) (0,5 PONTO) Determine o tempo necessário para que o disco pare completamente.

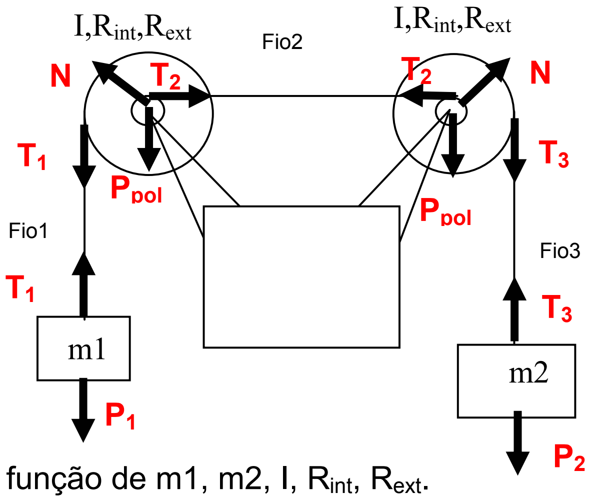
$$\frac{d\omega}{dt} = \alpha \quad \rightarrow \quad d\omega = \alpha dt \quad \rightarrow \quad \int_{t_o=0}^{t_f} d\omega = \int_{t_o=0}^{t_f} \alpha dt \therefore$$

$$\therefore \omega(t_f) - \omega_o = -\int_{t_o=0}^{t_f} 2t dt = -t_f^2 \quad \rightarrow \quad \omega(t_f) = \omega_o - t_f^2$$

Portanto, $\omega(t_f)=0$ para $t_f = \sqrt{\omega_o} = \sqrt{20}\, s = 4{,}472 s$

(3ª questão: 3,5 pontos): Um sistema composto de dois carretéis idênticos de momento de inércia I, raio interno R_{int} e raio externo R_{ext} e dois blocos de massas m1 e m2, é montado conforme a figura abaixo. Os carretéis podem girar livres de atrito no seu eixo e os fios, de massas desprezíveis, não deslizam nos carretéis. O sistema inicialmente encontra-se em repouso. Dados: $I = 3{,}0\ kg{\cdot}m^2$, $R_{int} = 0{,}5\ m$, $R_{ext} = 1{,}0\ m$, m1= 3,0 kg, m2 = 1,0 kg.

(a) (0,5 PONTO) Identifique na figura ao lado todas as forças que atuam no sistema.



(b) (1,5 PONTOS) Determine as tensões nos três fios em função de m1, m2, I, R_{int}, R_{ext}.

$P_1 - T_1 = m_1 a$ (1) $\quad T_1R_{ext} - T_2R_{int} = I\alpha$ (4) $\quad \alpha = a/R_{ext}$

$T_3 - P_2 = m_2 a$ (2) $\quad \underline{T_2R_{int} - T_3R_{ext} = I\alpha}$

$T_1R_{ext} - T_3R_{ext} = 2\ I\alpha \rightarrow T_1R_{ext} - T_3R_{ext} = 2\ Ia/R_{ext} \rightarrow T_1 - T_3 = 2\ Ia/R^2_{ext}$ (3)

$P_1 - T_1 = m_1 a$ (1)

$T_3 - P_2 = m_2 a$ (2)

$\underline{T_1 - T_3 = 2\ Ia/R^2_{ext}}$ (3)

$P_1 - P_2 = [m_1 + m_2 + 2\ I/R^2_{ext}]a$

$a = (m_1 - m_2)g/[m_1 + m_2 + 2\ I/R^2_{ext}]$

$a = 20/(3+1+6)$

$a = 2 m/s^2$

De (1) $T_1 = m_1 g - m_1 a \rightarrow T_1 = 30-6 = 24N$

De (2) $T_3 = m_2 g + m_2 a \rightarrow T_3 = 10+2 = 12N$

De (4) $T_1R_{ext} - T_2R_{int} = Ia/R_{ext} \rightarrow 24 - 0{,}5T_2 = 3*2/1$

$\rightarrow T_2 = (24-6)*2$

$\rightarrow T_2 = 36N$

$T_1 =$

$T_2 =$

$T_3 =$

c) (1,5 PONTOS) Determine a energia cinética do sistema após m2 ter se deslocado de 1,0 m.

$\Delta K = -\Delta U$

$K_f - K_o = -\{m_1 g\Delta h + m_2 g(-\Delta h)\}$

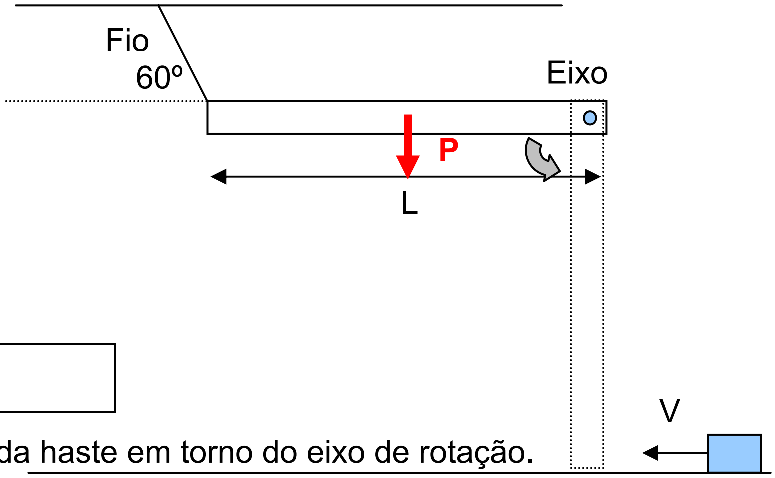
$K_o = 0$

$K_f = -\{3*10*(-1) - 2*10*1\}$

$K_f = 30-10 = 20J$

K=

(4ª questão: 3,5 pontos): Uma haste delgada de comprimento L e de massa m pode girar em torno de um eixo sem atrito localizado em uma de suas extremidades. Na extremidade oposta, é colocado um fio ideal capaz de sustentar a haste na posição horizontal. O ângulo formado entre a horizontal e o fio é de 60^o, conforme mostra a figura abaixo.



a) (0,75 PONTO) Qual a tensão suportada pelo fio? Dê a resposta em função das grandezas fornecidas.

Condição de Equilíbrio

$\Sigma\tau=0$

$mgL/2-T\,sen60°L=0$

$T=mg/(2sen60°)$

$T=mg/1{,}73$

T=

b) (0,5 PONTO) Calcule o momento de inércia da haste em torno do eixo de rotação.

$I=I_{CM}+Mh^2$

$I=mL^2/12 + m(L/2)^2$

$I=mL^2/12+mL^2/4$

$I=4mL^2/12 \rightarrow I=mL^2/3$

I=

c) (1,0 PONTO) Em um instante de tempo, o fio se parte e a haste gira em torno do eixo. Deduza uma expressão para a velocidade angular da haste quando esta se encontrar na posição vertical (representada por linhas pontilhadas), em função de L e g.

Conservação da energia mecânica

$mg\Delta h=I\omega^2/2$ $\Delta h \rightarrow$ variação da altura do centro de massa = $L/2$, $I=mL^2/3$

$mgL/2= mL^2\omega^2/6$

$\omega=(3g/L)^{1/2}$

ω =

d) (0,25 PONTO) Para este item e o seguinte, suponha que a velocidade angular da haste quando se encontra na vertical vale ω. No instante em que a haste passa pela vertical, um bloco de dimensões desprezíveis, também de massa m, com velocidade V colide perpendicularmente com a haste e fica grudada nela, conforme a figura. No instante da colisão, o momento angular do sistema haste-bloco se conserva? Justifique. Resposta sem justificativa não será considerada.

- [x] Sim
- [ ] Não

Justificativa: $\Sigma\tau_{ext}=0$

e) (1,0 PONTO) Determine a nova velocidade angular ω_f do conjunto formado pela haste e pelo bloco do item d) imediatamente após a colisão. Dê a resposta em termos de V, ω e L.

$\mathbf{L}_{antes}=\mathbf{L}_{depois}$ $\rightarrow$ $\mathbf{I_o\omega+r\times p=I_f\,\omega_f}$ **(obs.: Negrito = vetor)**

$I_o\omega-LmV=I_f\,\omega_f$ $I_f=(mL^2/3 +mL^2)=4mL^2/3$ $I_o= mL^2/3$

$mL^2\omega/3 -LmV=4mL^2\,\omega_f/3$

$\omega_f= \omega/4 - 3V/4L$

ω_f =