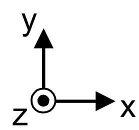
PROVA G2 FIS 1021 – 07/09/2008
MECÂNICA NEWTONIANA

NOME:_______________________________ Nº:_________

TURMA:_______

QUESTÃO	VALOR	GRAU	REVISÃO
1	2,5		
2	1,5		
3	3,0		
4	3,0		
TOTAL	10,0		

Sistema de coordenadas



Dados:

$g = 10,0\ m/s^2 = 1000\ cm/s^2$

$\mathbf{F}=m\mathbf{a}$

$a_{centripeta}=v^2/r$

$\mathbf{F}_{at}=\mu\mathbf{N}$

$\mathbf{p}=m\mathbf{v}$

$E_c=mv^2/2$ $E_{pgrav}=mgh$ $E_{pelast(hooke)}=k\Delta x^2/2$ $W=\int \mathbf{F.dr}$

$W=\Delta E_c=-\Delta E_p$

Para mola que obedece a lei de Hooke

$F_{elas}=-k\Delta x$ $E_{pelas}=k\Delta x^2/2$

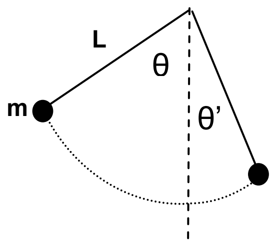
sen $30,0^o$=cos 60^o =0,5 cos $30,0^o$= sen 60^o =0,866

A duração da prova é de 1 hora e 50 minutos.

As respostas sem justificativas não serão computadas.

Esta prova tem 4 folhas, contando com a capa. Confira.

(1ª questão: 2,5 pontos): (a) Um pêndulo pode oscilar em torno de um ponto O. O fio do pêndulo tem comprimento L e, na sua extremidade, encontra-se uma bola de massa m. A bola é solta quando o fio faz um ângulo θ com a vertical. Determine o valor da velocidade da bola quando o fio tiver uma inclinação θ' com a vertical, onde θ' < θ. (denote a gravidade por g, o fio é ideal e despreze quaisquer forças resistivas (resistência do ar, etc.)) (1,0)



No oscilar do pêndulo há conservação da energia mecânica

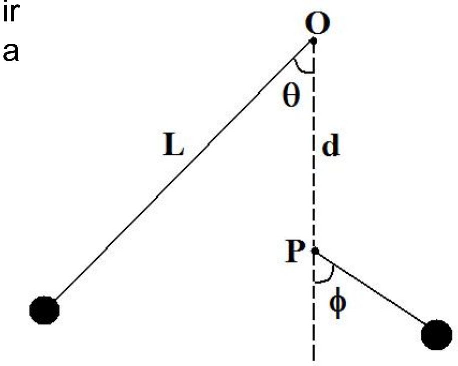
$mg(L-L\cos\theta) = mv^2/2 + mg(L-L\cos\theta')$

$v^2 = 2g\{(L-L\cos\theta)-(L-L\cos\theta')\}$

$V = \{2gL(\cos\theta' - \cos\theta)\}^{1/2}$

V=

(b) Coloca-se, agora, um pino no ponto P situado a uma distância d verticalmente abaixo do ponto O. A bola volta a ser solta quando o fio faz um ângulo θ com a vertical. Ela percorre uma trajetória circular, atinge o pino no ponto P e continua em uma nova trajetória circular, agora em torno do ponto P. Calcule o valor de sua velocidade quando o fio, após atingir o ponto P, fizer o ângulo ϕ com a vertical, conforme mostrado na figura abaixo. (1,5)



$mg(L-L\cos\theta) = mV^2/2 + mg[(L-d) - (L-d)\cos\phi]$

$V^2 = 2g\{L - L\cos\theta - [(L-d) - (L-d)\cos\phi]\}$

$V^2 = 2g\{(L - L\cos\theta - L + d + L\cos\phi - d\cos\phi\}$

$V^2 = 2g\{L\cos\phi - L\cos\theta + d - d\cos\phi\}$

$V = \{2g[L(\cos\phi - \cos\theta) + d(1-\cos\phi)]\}^{1/2}$

V=

(2ª questão: 1,5 pontos): (a) Um engenheiro utiliza em um dos seus projetos uma mola com características que fogem à lei de Hooke. A força exercida por esta mola sobre um corpo qualquer é caracterizada pelas expressões: $F(x) = -Kx^2$ para $x \geq 0$ m (mola esticada) e $F(x) = Kx^2$ para $x \leq 0$ m (mola comprimida), sendo $x = 0$ m a posição de referência para a mola relaxada e $K = 10000$ N/m². Obtenha expressões para o trabalho realizado pela mola sobre o corpo desde a posição relaxada até uma posição arbitrária x_f, para $x_f \geq 0$ e para $x_f \leq 0$. (1,0)

Para $x_f \geq 0$: $W_F(x_f) = \int_0^{x_f}(-Kx^2)dx = -\frac{1}{3}Kx_f^3$;

Para $x_f \leq 0$: $W_F(x_f) = \int_0^{x_f} Kx^2 dx = \frac{1}{3}Kx_f^3$.

Logo, para qualquer x_f: $W_F(x_f) = -\frac{1}{3}K|x_f|^3$.

$W(x_f \geq 0) =$

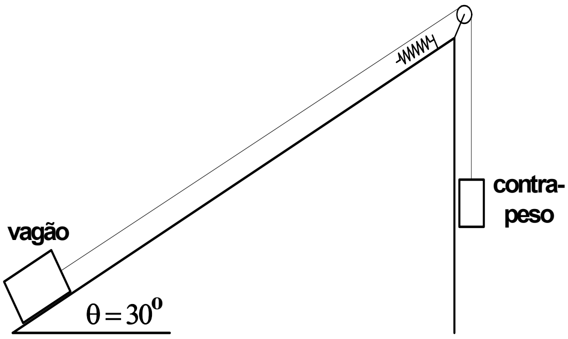
$W(x_f \leq 0) =$

(b)Diga, justificando, se a força exercida pela mola do item (a) é conservativa. (Respostas sem justificativa não serão consideradas). (0,5)

A força exercida pela mola do item (a) é unidimensional e só depende da posição. Logo, é conservativa. Alternativamente, o trabalho realizado entre dois pontos arbitrários x_i e x_f de acordo com o item (a), é calculado pela expressão apresentada abaixo, nula para $x_i = x_f$, independentemente do percurso entre os dois pontos.

$\Delta W_F = W_F(x_f) - W_F(x_i) = \frac{1}{3}K\left(|x_i|^3 - |x_f|^3\right)$

(3ª questão: 3,0 pontos): O sistema de transporte de passageiros sobre trilhos entre a base e o topo de uma montanha mostrado na Figura é composto de um vagão (massa m_v = 500 kg), uma mola que obedece à lei de Hooke (k = 20000 N/m), polia e cabo ideais, e um contrapeso (massa m_c = 800 kg). O coeficiente de atrito cinético entre o vagão e os trilhos na montanha é μ_c = 0,3. O ângulo entre a montanha e a horizontal é θ = 30°. O vagão, travado na base da montanha, recebe passageiros de massa total m_{pas} = 500 kg. Em seguida, a trava é retirada, o vagão sobe a montanha e, ao atingir o topo, comprime a mola até parar. A distância total percorrida desde a retirada da trava até a compressão total da mola é de L = 100 m.



(a) Qual velocidade do vagão após percorrer os primeiros 50 m? (1,5)

Aplicando-se a lei de conservação de energia ao sistema formado pelo vagão+passageiros (massa total $m_T = m_V + m_{pas}$) e contrapeso, obtém-se

$$\left(\frac{1}{2}m_T v_{Tf}^2 + \frac{1}{2}m_C v_{Cf}^2 + m_T g h_{Tf} + m_C g h_{Cf}\right) - \left(\frac{1}{2}m_T v_{Ti}^2 + \frac{1}{2}m_C v_{Ci}^2 + m_T g h_{Ti} + m_C g h_{Ci}\right) = -\mu_c m_T g cos\theta L$$

Como $v_{Tf} = v_{Cf} = v_f$, $v_{Ti} = v_{Ci} = 0$, $h_{Ti} - h_{Tf} = -Lsen\theta$ e $h_{Ci} - h_{Cf} = L$, a equação acima fornece

$$\frac{1}{2}(m_T + m_C)v_f^2 = -m_T g L sen\theta + m_C g L - \mu_c m_T g cos\theta L$$, sendo *L = 50 m*

$$\frac{1}{2}\times 1800 \times v_f^2 = -1000\times 10\times 50\times 0{,}50 + 800\times 10\times 50 - 0{,}3\times 1000\times 10\times 0{,}866\times 50$$

$$v_f^2 = 2\times {(-250000 + 400000 - 129900)}/{1800} = 22{,}33 \rightarrow v_f = 4{,}725\frac{m}{s}$$

$V_{vagão}$=

(b) Determine a distância x percorrida pelo vagão desde o instante em que toca a mola até parar. (1,5)

Aplicando-se a lei de conservação de energia ao sistema formado pelo vagão+passageiros (massa total $m_T = m_V + m_{pas}$), contrapeso e mola, obtém-se

$$\left(\frac{1}{2}m_T v_{Tf}^2 + \frac{1}{2}m_C v_{Cf}^2 + m_T g h_{Tf} + m_C g h_{Cf} + \frac{1}{2}k x_f^2\right)$$
$$\left(\frac{1}{2}m_T v_{Ti}^2 + \frac{1}{2}m_C v_{Ci}^2 + m_T g h_{Ti} + m_C g h_{Ci} + \frac{1}{2}k x_i^2\right) =$$
$$= -\mu_c m_T g cos\theta L$$

Como $v_{Tf} = v_{Cf} = v_{Ti} = v_{Ci} = 0$, $x_i = 0$, $h_{Ti} - h_{Tf} = -Lsen\theta$ e $h_{Ci} - h_{Cf} = L$, a equação acima fornece

$$\frac{1}{2}k x_f^2 = -m_T g L sen\theta + m_C g L - \mu_c m_T g cos\theta L$$, sendo *L = 100 m*

$$\frac{1}{2}\times 20000\times x_f^2 = -500000 + 800000 - 259800$$

$$x_f^2 = 2\times {(-500000 + 800000 - 259800)}/{20000} = 4{,}02 \rightarrow x_f = 2{,}005\frac{m}{s}$$

(4ª Questão 3,0 pontos): Um bloco 1 de massa m_1 = 3,5 kg é lançado sobre uma superfície horizontal sem atrito com velocidade V_{1i} de módulo 2,5 m/s ao longo do eixo y, sentido positivo. Simultaneamente, um bloco 2 de massa m_2 = 4,5 kg também é lançado na mesma superfície horizontal sem atrito, com velocidade V_{2i} de módulo 1,5 m/s ao longo do eixo x, sentido negativo. Em um determinado instante, os blocos colidem e, após a colisão, se deslocam grudados. As forças externas atuantes sobre o sistema são somente as forças Peso e Normal do piso.
(a) A partir da lei física aplicável à situação (justifique), calcule o vetor velocidade ($\mathbf{V}_F$) do sistema após a colisão. (1,5)

Como $\mathbf{F}_{R\text{-}EXT} = \mathbf{0} \rightarrow \mathbf{P}_{SIST\text{-}INICIAL} = \mathbf{P}_{SIST\text{-}FINAL} \rightarrow m_1.\mathbf{V}_{1i} + m_2.\mathbf{V}_{2i} = (m_1 + m_2).\mathbf{V}_F$

$\rightarrow$ $- 6{,}75\ \mathbf{i} + 8{,}75\ \mathbf{j} = (3{,}5 + 4{,}5).\ \mathbf{V}_F \rightarrow \mathbf{V}_F = - 0{,}844\ \mathbf{i} + 1{,}09\ \mathbf{j}$ m/s.

$\mathbf{V}_F$=

Para os itens (b) e (c), considere os mesmos blocos 1 e 2 com os mesmos módulos de velocidades iniciais V_{1i} e V_{2i} do item anterior, respectivamente. Agora, os blocos se deslocam inicialmente em sentidos opostos ao longo do eixo y, com o bloco 2 se deslocando no sentido negativo deste eixo. Em um determinado instante, os blocos colidem e, após a colisão, o bloco 2 passa a se deslocar com velocidade escalar igual a 0,1 m/s, no sentido positivo do eixo y.

(b) Através de leis físicas adequadas ao caso (justifique) calcule o vetor velocidade ($\mathbf{V}_1$) do bloco 1 após a colisão. (1,0)

$\mathbf{F}_{R\text{-}EXT} = \mathbf{0} \rightarrow \mathbf{P}_{SIST\text{-}INICIAL} = \mathbf{P}_{SIST\text{-}FINAL} \rightarrow m_1.\mathbf{V}_{1i} + m_2.\mathbf{V}_{2i} = m_1.\ \mathbf{V}_{1f} + m_2.\ \mathbf{V}_{2f}$

$\rightarrow 3{,}5.2{,}5\ \mathbf{j} - 4{,}5.1{,}5\ \mathbf{j} = 3{,}5.\ \mathbf{V}_{1f} + 4{,}5.0{,}1\ \mathbf{j} \rightarrow (2{,}0 - 0{,}45)\ \mathbf{j} = 3{,}5.\ \mathbf{V}_{1f} \rightarrow$

$\mathbf{V}_{1f} = 0{,}442\ \mathbf{j}$ m/s.

$\mathbf{V}_1$=

(c) Por meio de cálculos, conclua se a colisão do item (b) foi elástica ou inelástica. (Respostas sem justificativa por meio de cálculos adequados não serão consideradas.) (0,5)

$K_{Ti} = K_{1i} + K_{2i} = m_1.V_{1i}^2/2 + m_2.V_{2i}^2/2 = 3{,}5.(2{,}5)^2/2 + 4{,}5.(1{,}5)^2/2 = 16{,}0$ J.

$K_{Tf} = K_{1f} + K_{2f} = m_1.V_{1f}^2/2 + m_2.V_{2f}^2/2 = 3{,}5.(0{,}442)^2/2 + 4{,}5.(0{,}1)^2/2 = 0{,}372$ J.

A colisão foi inelástica pois K_{Ti} é diferente de K_{Tf}.