>

Monitoria - 21 de Fevereiro

(Descrição de regiões espaciais)

----

1. Exercício 2.5 (itens A e B) - Notas de aula "Descrevendo Regiões no Plano Cartesiano e no Espaço Euclidiano"

----

2. Considere a região do espaço
$U = \{ (x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid 1 \leq x^2 + y^2 + z^2 \leq 4,\ z^2 \geq x^2 + y^2, z \geq 0 \}$

A) Esboce a seção de U no plano yz.
B) Descrever a fronteira de U como união de 3 superfícies da forma
$S_i = \left\{ (x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \,\middle|\, \mathrm{z} = \mathrm{F}_i(x, y),\ (x, y) \in \mathrm{D}_i \subset \mathbb{R}^2 \right\}$,

determinando F_1, F_2, F_3, $\mathrm{D}_1, \mathrm{D}_2, \mathrm{D}_3$.

----

3. Desenhar e explicar os conjuntos abaixo, contidos no espaço $\mathbb{R}^3$.

A) $U = \left\{ (x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1,\ y \geq 0 \right\}$ (Cilindro que tem como base uma semielipse fechada)

• Dizer se o conjunto é fechado
• Dizer se o conjunto é limitado
• Determinar a fronteira do conjunto
• Escrever o conjunto na forma $U = \{ (x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid$
  $\mathrm{y} = \mathrm{G}(\mathrm{x}, \mathrm{z}),\ (x, z) \in \mathrm{D}$, D *região* **do** *plano xz*$\}$ (determinando D e G)

B) Idem para $U = \{ (x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid \mathrm{y}^2 - x^2 = 1,\ y \geq 0 \}$ (*Cilindro sobre um ramo de hipérbole*)

----

4. Considere a região do espaço
$U_1 = \{ (x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid \sqrt{x^2 + y^2} \leq z \leq 1 - x^2 - y^2 \}$

A) Escrever U_1 na forma
$\{ (x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid F(x, y) \leq \mathrm{z} \leq \mathrm{G}(x, y),\ (x, y) \in \mathrm{D} \subset \mathbb{R}^2 \}$,

onde F, G *e* D devem ser determinados.

B) Idem para $V = U_1 \cap \left\{ (x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \,\middle|\, x \geq 0,\ y \geq 0 \right\}$

C) Variação: Troque $\sqrt{x^2+y^2}$ (da definição de U_1) por x^2+y^2, etc.

----

5. Considere a região do espaço
$U_2 = \{ (x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid 0 \le z \le \sqrt{4 - x^2 - y^2}, x^2+y^2 \ge 1 \}$

A) Escrever U_2 na forma
$\{ (x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid F(x, y) \le \mathrm{z} \le \mathrm{G}(x, y),\ (x, y) \in \mathrm{D} \subset \mathbb{R}^2 \}$,

onde F, G *e* D devem ser determinados.

B) Idem para $V = U_2 \cap \{ (x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid y \ge 0 \}$

C) Variação: Troque $x^2+y^2 \ge 1$ (da definição de U_1) por $z \le \sqrt{x^2+y^2}$.

----

6. Considere a região $U_3 \subset \mathbb{R}^3$ determinada por

$0 \le z \le x(2-x)$
$z \le -y + 7$
$y \ge 0$

A) Escreva a fronteira de U_3 como a união $S_1 \cup S_2 \cup S_3 \cup S_4$, explicitando fórmulas para cada uma das superfícies S_i, $i = 1, 2, 3, 4$.

B) Escreva U_3 na forma
$U = \{ (x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid F(\mathrm{x}, \mathrm{z}) \le y \le G(x, z),\ (x, z) \in \mathrm{D}$, *onde* D *é uma região* **do** *plano xz*$\}$.

C) Determine a fronteira de D, exibindo equações.

----

7. Seja $a > r > 0$. Desenhe o conjunto
$U_4 = \left\{ (x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \,\middle|\, z^2 \le r^2 - \left(\sqrt{x^2+y^2} - a \right)^2, z \ge 0 \right\}$

e escreva

$U_4 = \{ (x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid F(x, y) \le z \le G(x, y),\ (x, y) \in \mathrm{D} \subset \mathbb{R}^2 \}$, determinando D, F, G. Exiba a fronteira de U_4 via equações.