>

Monitoria MAT1162 - 28 de fevereiro

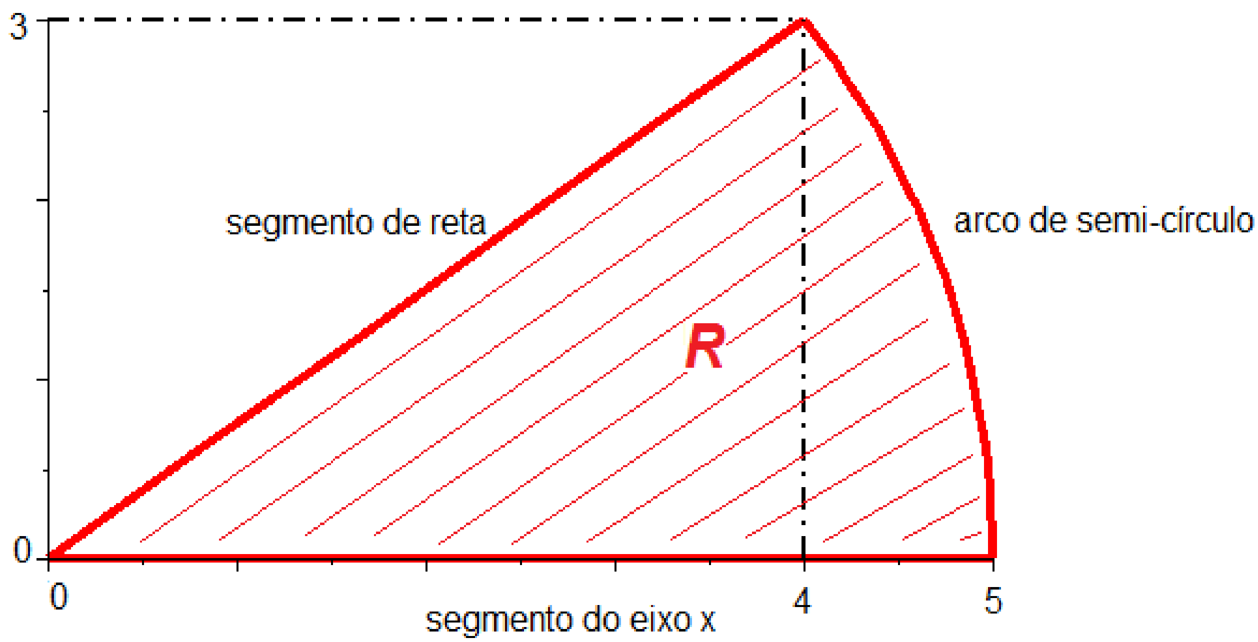
(Integração Dupla)

1) Escreva a integral iterada que dá o volume do sólido que está acima do plano xy, abaixo do plano $z = y$, e no interior do cilindro $x^2 + y^2 \leq 4$.

Resposta: Vol = $\frac{16}{3}$.

---

2) Considere a região R cuja fronteira está esboçada abaixo



A) Note que a fronteira de R é a união $C_1 \cup C_2 \cup C_3$ de três curvas. Exiba a equação cartesiana de cada uma destas curvas (estão sendo pedidas as equações dos "segmentos" e do "arco"; não basta exibir, se for o caso, a equação da reta ou do círculo).

B) Escreva a integral dupla $I = \int\int_R F(x, y)\ dxdy$ na forma de soma de integrais iteradas, integrando primeiro com respeito a y e em seguida com respeito a x.

C) Escreva $I = \int\int_R F(x, y)\ dxdy$ na forma de integral iterada, integrando primeiramente com respeito a x.

---

3) Considere as regiões do espaço:

$$U_1 = \left\{ (x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \middle| \, x^2 + y^2 + \frac{z^2}{4} \leq 1 \right\}$$

$$U_2 = \left\{ (x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \middle| \, \frac{4(x^2 + y^2)}{3} \leq z^2 \right\}$$

A) Escreva o volume de $U_1 \cap U_2$ na forma de integral dupla

$$\iint_R (G(x, y) - F(x, y))\, dxdy$$

explicitando G, F e R.

B) Escreva o volume de $U_1 \cap U_2$ na forma de integral iterada.

C) Escreva o volume de $U_1 \cap U_2 \cap \{x \geq 0, y \geq 0\}$ na forma de integral iterada.

Obs.: O cálculo dos volumes descritos acima deverá ser feito utilizando coordenadas polares.

---

4) Considere as regiões planas

$$R_1 = \{ (x, y) \in \mathbb{R}^2 | \, -x \leq y \leq x, 0 \leq x \leq 1 \}$$

$$R_2 = \left\{ (x, y) \in \mathbb{R}^2 \middle| \, 1 \leq x \leq 2 - y^2, -1 \leq y \leq 1 \right\}$$

A) Seja $R = R_1 \cup R_2$. Considere a integral dupla $I = \iint_R F(x, y)\, dxdy$. Escreva I usando obrigatoriamente integrais iteradas, integrando primeiro com respeito a x e depois com respeito a y.

B) Calcule a área e as coordenadas $xbar$, $ybar$ do centróide de R, onde

$$A = Area = \iint_R 1\, dxdy, \;\; xbar.\, A = \iint_R x\, dxdy \;\text{ e }\; ybar.\, A = \iint_R y\, dxdy.$$

Resposta: $A = \dfrac{7}{3}$, $xbar = \dfrac{38}{35}$, $ybar = 0$.

(Obs.: O resultado $ybar = 0$ já era previsto? Por quê?)

---

5) Considere U a região do espaço delimitada pelos planos $y = 0$, $z = 0$, $y + z = 5$ e pelo cilindro sobre uma parábola dado por $z = 4 - x^2$. Seja R a projeção ortogonal de U no plano xz.

A) Desenhe U, explicitando sua fronteira por equações.

B) Determine R por equações ou inequações cartesianas.

C) Calcule $I = \iint_R (x-1)(5-z)\, dxdz$

Resposta: $I = -\dfrac{544}{15}$

D) Calcule o volume de U.

---

6) Calcule o volume do seguinte sólido:

$U = \{ (x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | \; y - 10 \leq z \leq y^2 - x^2 + 10, x + y \leq 1 \;, x \geq 0, y \geq 0 \}$.

Descreva a fronteira do sólido acima, através de desigualdades ou igualdades.