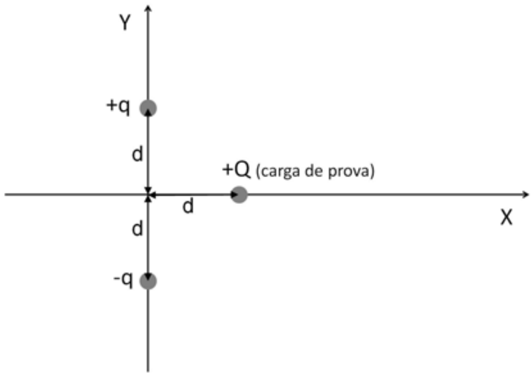
1ª Questão (2.5)

Três cargas puntiformes +q, -q e +Q , são mantidas fixas como representado na figura. As cargas +q e –q estão localizadas sobre o eixo Y enquanto a carga de prova +Q encontra-se sobre o eixo X. A distância entre qualquer uma das cargas e a origem dos eixos é igual a d = 3 cm.



O valor da carga +q é de 2 nC e da carga +Q é de 9 nC.

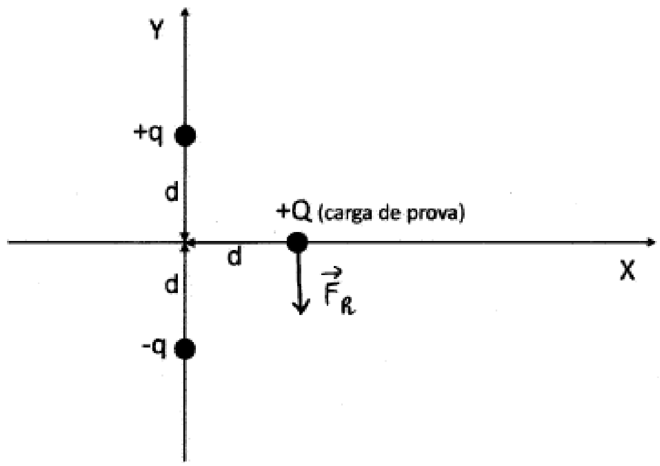
a) (**1.0**) Calcule o vetor força resultante sobre a carga +Q e desenhe-o no gráfico (deixe o resultado em função da constante k).

b) (**0.5**) Calcule as coordenadas da posição na qual deve ser colocada uma quarta carga positiva de valor igual a $+4\sqrt{2}$ nC para que a força resultante sobre a carga de prova +Q seja igual a 0 N (condição de equilíbrio).

c) (**1.0**) Qual é o trabalho realizado por um agente externo para levar a quarta carga do infinito até o ponto P de coordenadas (+ 6 cm, 0 cm) ?

SOLUÇÃO

a)



$$\left|\vec{F}_{+Q+q}\right| = \frac{K_0 \; 2\cdot 10^{-9}\,C \cdot 9\cdot 10^{-9}\,C}{\left(\sqrt{9\,cm^2 + 9\,cm^2}\right)^2} = \frac{K_0 \cdot 18\cdot 10^{-18}\,C^2}{18\cdot 10^{-4}\,m^2} = K_0 \cdot 10^{-14}\,\frac{C^2}{m^2}$$

$\left|\vec{F}_{+Q-q}\right| = \left|\vec{F}_{+Q+q}\right|$ E PARA SIMETRIA A FORÇA RESULTANTE SOBRE A CARGA +Q TEM A DIREÇÃO PARALELA AO EIXO Y.

$$\vec{F}_R = -2\,\text{sen}(\pi/4)\,K_o \cdot 10^{-14}\,\frac{C^2}{m^2}\,\hat{j} = -\sqrt{2}\,K_o \cdot 10^{-14}\,\frac{C^2}{m^2}\,\hat{j}$$

b) PARA QUESTÕES DE SIMETRIA A QUARTA CARGA TEM SER COLOCADA NUMA POSIÇÃO COM A MESMA COORDENADA X DA CARGA DE PROVA +Q E COORDENADA Y NEGATIVA

$$\frac{K_o \cdot 9 \cdot 10^{-9}\,C \cdot 4\sqrt{2} \cdot 10^{-9}\,C}{(y^2)\,m^2} = \sqrt{2}\,K_o \cdot 10^{-14}\,\frac{C^2}{m^2}$$

OU SEJA $y = 0{,}06$

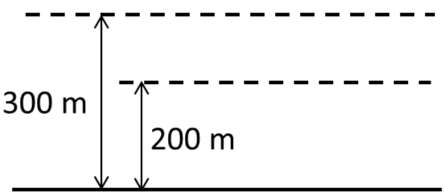
ENTÃO A QUARTA CARGA TEM SER COLOCADA NA POSIÇÃO (3 cm, −6 cm)

c)
$$W = \frac{K_o \cdot 4\sqrt{2}\,mC \cdot +q}{d_{+q}} - \frac{K_o \cdot 4\sqrt{2}\,mC \cdot +q}{d_{-q}} + \frac{K_o \cdot 4\sqrt{2}\,mC \cdot +Q}{d_{+Q}} =$$

$$= \frac{K_o \cdot 4\sqrt{2}\,mC \cdot 9\,mC}{3\,cm} = \frac{36\sqrt{2}\,K_o \cdot 10^{-18}\,C^2}{3 \cdot 10^{-2}\,m} = 12\sqrt{2}\,K_o \cdot 10^{-16}\,\frac{C^2}{m}$$

2ª Questão: (2.5)

O campo elétrico em certa região da terra, medido experimentalmente, está orientado verticalmente para baixo. A uma altitude de 300 m o campo assume valor de 60 N/C e a uma altitude de 200 m o valor é de 110 N/C.



Nos 2 primeiros itens da questão despreze a curvatura terrestre. Considere agora como superfície gaussiana um cubo de aresta 100 m localizado a uma altitude entre 200 m e 300 m, e chame as seis faces do cubo de: (1) face superior; (2) face inferior; (3) face direita; (4) face esquerda; (5) face frontal; (6) face traseira.
Adote $\varepsilon_0 = 9 \times 10^{-12}$ F/m.

a) (**0.8**) Partindo da sua definição ($\phi_E = \oint \vec{E} \cdot d\vec{A}$) calcule o fluxo do campo elétrico por cada uma das seis faces do cubo (ϕ_1, ϕ_2, ϕ_3, ϕ_4, ϕ_5, ϕ_6), justificando todos os passos. Calcule também o **fluxo elétrico total** que atravessa o cubo.

b) (**0.4**) A partir da lei de Gauss, determine a quantidade total de carga contida no cubo.

Considere agora a terra como um condutor esférico de raio 6 x 10^6 m, e que o campo elétrico medido em todos os pontos de sua superfície tenha módulo de 150 N/C dirigido para o centro.

c) (**0.6**) A partir da lei de Gauss, calcule a carga total presente na superfície da terra. Adote $\pi = 3$.Há elétrons sobrando ou faltando na superfície da terra?

d) (**0.7**) Calcule a densidade superficial de cargas presente na superfície da terra em nC/m^2.Qual o número de elétrons por metro quadrado? Adote a carga do elétron com o valor: e = - 1,5 x 10^{-19} C.

SOLUÇÃO

a) Nas faces 3, 4, 5 e 6, o campo é perpendicular ao vetor área. Assim: $\vec{E} \cdot d\vec{A} = 0$ nestes casos, fazendo com que:

$$\underline{\phi_3 = \phi_4 = \phi_5 = \phi_6 = 0}.$$

Na face 1, os vetores campo e área são anti-paralelos e na face 2 eles são paralelos. Ademais, o campo é uniforme ao longo de cada face, podendo assim ser retirado da integral. Assim:

$$\underline{\phi_1} = - E_1 A = - (60)(100)^2 = \underline{\mathbf{- 6{,}0 \times 10^5\ Nm^2/C}}$$
$$\underline{\phi_2} = + E_2 A = + (110)(100)^2 = \underline{\mathbf{11{,}0 \times 10^5\ Nm^2/C}}$$

Finalmente:

$$\underline{\phi_{TOTAL}} = \phi_1 + \phi_2 + \phi_3 + \phi_4 + \phi_5 + \phi_6 = \underline{\mathbf{5{,}0 \times 10^5\ Nm^2/C}}$$

b) Lei de Gauss: $\phi_{TOTAL} = Q_{int} / \varepsilon_0$. Assim: $\underline{Q_{int}} = \varepsilon_0 \,.\, \phi_{TOTAL} = (9 \times 10^{-12}) \times (5{,}0 \times 10^5) = 4{,}5 \times 10^{-6} = \underline{\mathbf{4{,}5\ \mu C}}$

c) Como o campo é considerado uniforme e é anti-paralelo ao vetor área ao longo de toda a superfície terrestre:

$$\phi = - E A = - E (4 \pi R^2) = \text{(usando Gauss)} = Q_{int} / \varepsilon_0$$

Assim:

$$\underline{Q_{int}} = \varepsilon_0 \phi = \underline{\mathbf{- 5{,}8 \times 10^5\ C}}$$

Como a carga é negativa, há elétrons (livres) **sobrando** na superfície da terra.

d)

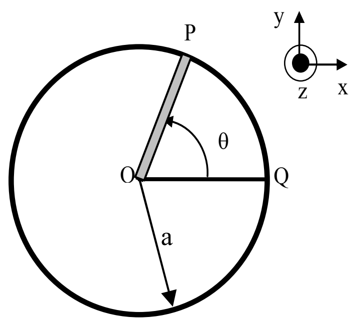
$$\underline{\sigma} = Q_{int} / (4 \pi R^2) = - 1{,}35 \times 10^{-9}\ C/m^2 = \underline{\mathbf{- 1{,}35\ nC/m^2}}$$

Isso dá um número de elétrons por metro quadrado igual a:

$$\underline{\mathbf{N}} = (- 1{,}35 \times 10^{-9}\ C/m^2) / (- 1{,}5 \times 10^{-19}\ C) = \underline{\mathbf{9 \times 10^9\ \text{elétrons por metro quadrado}}}$$

3ª Questão: (2.5)

Uma barra OP de resistência R gira com velocidade angular constante ω <u>no sentido anti-horário</u> sobre um trilho condutor circular de raio "a" , localizado numa região de campo magnético uniforme **B**=B(-**z**), conforme a figura. Entre os pontos O e Q há uma haste condutora conectada ao trilho e a barra, conforme a figura. Se no instante t = 0 a posição da barra coincide com a da haste, então determine:



a) (**0.6**) O fluxo magnético nos circuitos OPQ e OQP em função do ângulo θ.
b) (**0.7**) O sentido e a intensidade da corrente na barra.
c) (**0.6**) A força magnética sobre a barra. Indique a direção e sentido com desenho e calcule a intensidade.
d) (**0.6**) A energia dissipada na barra durante uma volta completa.

Dado: Área do setor circular de raio "a" e ângulo "θ": $A = \frac{1}{2} a^2 \theta$

SOLUÇÃO

a) $\phi_{OQP} = 0{,}5Ba^2\theta(t) = 0{,}5Ba^2\omega t \qquad \phi_{OPQ} = 0{,}5Ba^2(2\pi - \theta(t)) = 0{,}5Ba^2(2\pi - \omega t)$

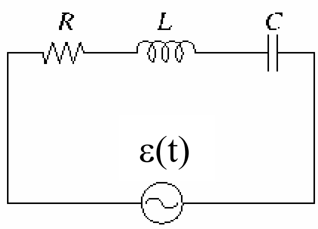
b) $i = \frac{1}{R}\left(\frac{d\phi_{OQP}}{dt} + \frac{d\phi_{OPQ}}{dt}\right) = \frac{Ba^2\omega}{R}$ com sentido P para Q

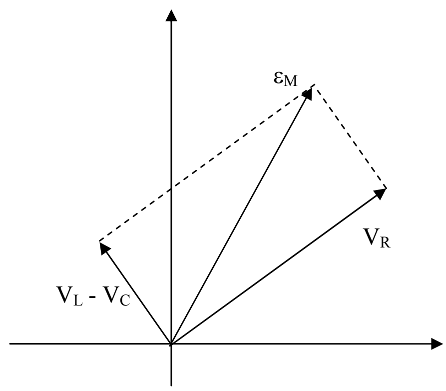
c) $F = i\,a\,B$ com direção normal a barra e sentido horário

d) $W = \int_0^T R\,i^2\,dt = \frac{2\pi}{R} B^2 a^4 \omega$

4ª Questão: (2.5)

O circuito RLC série abaixo possui o diagrama de fasores representado na figura.





a) (**0.2**) **Desenhe** de novo o diagrama incluindo o ângulo de fase φ e o ângulo ωt de rotação.
b) (**0.2**) Sabendo que o valor máximo da tensão no resistor é V_R = 24 V e que $R = 6\ \Omega$ **desenhe** no diagrama o vetor corrente I_M.

c) (**0.2**) **Desenhe** no diagrama o valor instantâneo da tensão $v_R(t)$ no resistor.

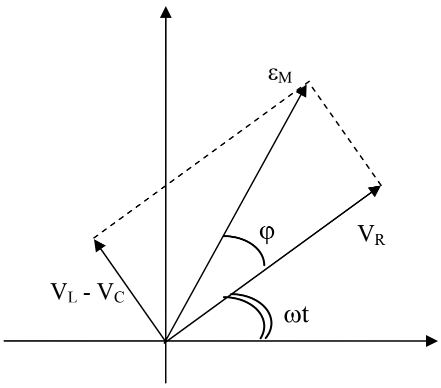
d) (**0.4**) O circuito não se encontra em ressonância. Como você pode justificar esta afirmação utilizando os dados à sua disposição ?

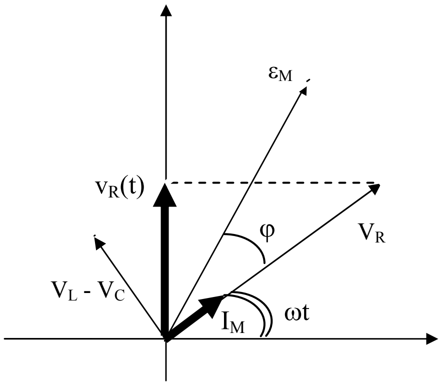
e) (**1.0**) Para que o circuito entre em ressonância podemos adicionar um capacitor C_1 posto em paralelo ao capacitor C do circuito. Sabendo que $\omega = 100\ rad/s$, $X_L = 200\ \Omega$ e que $C = 10\ \mu F$, determine o valor de C_1.

f) (**0.5**) Nesta condição, quanto vale a potência dissipada no resistor $R = 6\ \Omega$?

SOLUÇÃO

a)





b) $I_M = \dfrac{V_R}{R} = \dfrac{24}{6} = 4\ A$

c) Ver figura ao lado

d) O circuito não está em ressonância porque o angulo de fase φ entre a tensão do gerador ε_M e a corrente é diferente de zero.

e) Adicionando em paralelo o capacitor C_1 a nova capacitância equivalente será : $C_T = C + C_1$.
Para que a frequência do gerador seja também frequência de ressonância devemos ter:

$X_L = X_C$

Mas $X_C = \dfrac{1}{\omega C_T} = \dfrac{1}{100\,(C + C_1)} = 200$ ou seja: $C + C_1 = 5 \cdot 10^{-5}$ F portanto $C_1 = 40 \mu F$

f) Na ressonância a potência dissipada no resistor R será:

$P = R\, I^2_{RESS}$ onde I_{RESS} é a corrente na ressonância (<u>diferente daquela calculada no item b</u>)