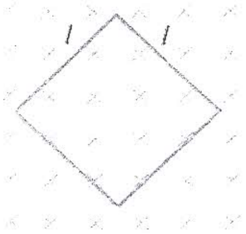
1ª Questão: (3.5)

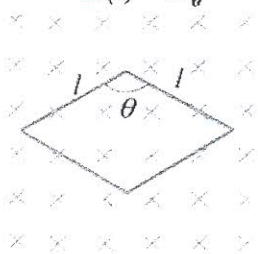
Uma espira quadrada, de lado ℓ, é colocada em um campo magnético uniforme. O plano da espira é perpendicular à direção do campo, como mostrado na figura. Esta espira será submetida a duas situações distintas, **A** e **B**, que você deverá analisar para responder as perguntas abaixo.

$B(t)= B_0 + at$



Situação A

$B(t)= B_0$



Situação B

Situação A

Espira quadrada em um campo magnético variável no tempo. O campo magnético varia com o tempo de acordo expressão:

$B(t)=B_0 +at,$ onde B_0 e a são constantes positivas.

Nesta situação:

(a) (**0.5**) Calcule o fluxo magnético através do circuito em t = 0.

(b) (**0.6**) Calcule a fem induzida no circuito.

(c) (**0.7**) Sabendo que o circuito possui uma resistência elétrica total R, qual é a corrente induzida e o sentido do fluxo magnético gerado por ela ?

(d) (**0.7**) Qual a carga que circula no circuito entre t=1s e t=3s? Justifique.

Situação B

Espira quadrada em um campo magnético constante no tempo que é subitamente achatada, conforme mostrado na figura, com θ =120° (obs: a figura final é um losango composto por dois triângulos equiláteros).

Nesta situação:

(e) (**0.5**) Qual o sentido da corrente induzida durante a deformação? Justifique.

(f) (**0.5**) Qual a carga total que circula na espira? Justifique.

SOLUÇÃO

Escolha de sentidos: Vetor área entrando no papel e circulação $d\ell$ no sentido horário

Situação A

(a) O fluxo magnético através do circuito em t = 0 vale:

$$\Phi_B(t)= B(t)A_{esp.}= B(t)\ \ell^2, \text{ em } t=0 \text{ temos } \ \Phi_B =B_0\ell^2$$

(b) $$\varepsilon = -\frac{d\Phi}{dt} = -A_{esp}\frac{dB}{dt} = -\ell^2\frac{d}{dt}(B_0 + at) = -\ell^2 a$$

(c) $$I(t) = \varepsilon/R = -\left(\ell^2 a/R\right)$$

Como I(t) é negativo significa que circula no sentido contrário a circulação escolhida (sentido horário) com o vetor área entrando no papel. Portanto I(t) circula no sentido anti-horário.

(d) A carga que circula no circuito entre t=1s e t=3s será:

$$\Delta Q = \int_{t=1}^{t=3} I(t)dt = \frac{1}{R}\int_{t=1}^{t=3}\left|\frac{d\Phi}{dt}\right| dt = \frac{\Delta\Phi}{R} = \frac{\Phi(t=3) - \Phi(t=1)}{R} =$$

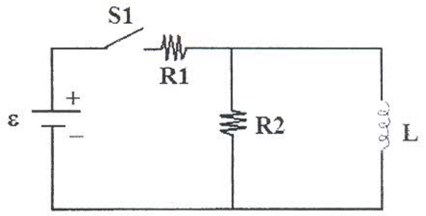
$$\Delta Q = \frac{\ell^2}{R}\{(B_0 + 3a) - (B_0 + 1a)\} = \frac{\ell^2}{R}\{2a\}$$

<u>Situação B</u>

(e) Como a área diminui, a corrente induzida será no sentido de produzir um campo magnético no mesmo sentido do campo externo. Portanto a corrente circula no sentido horário.

(f) $$\Delta Q = \frac{\Delta\Phi}{R} = \frac{B_0\Delta A}{R} = \frac{B_0}{R}\left(2\left(1/2\right)\ell\left(\sqrt{3}/2\right)\ell\right) - \left(\ell^2\right) = \frac{B_0\ell^2}{R}\left(\left(\sqrt{3}/2\right) - 1\right)$$

2ª Questão: (3.0)



Considere o circuito ao lado, onde ε = 100V, R_1 = 20Ω, R_2 = 50Ω, L = 5H. S_1 é uma chave que <u>inicialmente está aberta</u>.

Responda os itens a seguir, <u>explicitando</u> claramente cálculos e raciocínio utilizados para o desenvolvimento da questão.

(a) (**1.0**) Considere que a chave S_1 seja fechada e permaneça fechada por um tempo longo. Determine os valores da corrente elétrica fornecida pela bateria (I_ε), da corrente em cada resistor (I_{R1} e I_{R2}) e a corrente no indutor (I_L).

<u>Agora a chave S_1 volta a ser aberta</u>. Tome t = 0s como este instante.

(b) (**0.5**) Qual o valor da tensão no indutor (ΔV_L) logo após a chave ser aberta?

(c) (**1.0**) Escreva a expressão para a corrente no indutor em função do tempo $I_L(t)$ e mostre que ela é solução da lei das malhas correspondente.

(d) (**0.5**) Obtenha uma expressão (em função do tempo) para a energia armazenada no indutor nesta fase.

SOLUÇÃO

(a) Como a resistência do indutor L é nula, toda a corrente flui preferencialmente por ele, não passando corrente alguma por R_2 ($I_{R2} = 0$), ou seja, o indutor funciona como um "curto".
Logo, $I_\varepsilon = I_{R1} = I_L = \varepsilon/R_1 = 100/20 = 5.0$ A

(b) Ao abrir a chave S_1, a corrente elétrica 5.0A irá percorrer o indutor L e a resistência R_2, que está em paralelo ao indutor L. Desta forma:
$\Delta V_{R2} = 50 \times 5 = 250$ V

(c) $I(t) = I_0.\exp[-(R_2/L).t] \rightarrow I(t) = 5.\exp(-10.t)$
Pela lei das malhas:
$\Delta V_L + \Delta V_{R2} = 0 \rightarrow R_2.I\ - = 0 \rightarrow 50.[5.\exp(-10.t)] + 5.[5.(-10).\exp(-10.t)] = 0$
$\rightarrow 250.\exp(-10.t)] - 250.\exp(-10.t)] = 0 \rightarrow 0 = 0$, como queríamos demonstrar.

(d) A partir da taxa de variação da energia acumulada no indutor:
$dU/dt = L.I.dI/dt \rightarrow U(t) = \int L.I.dI \rightarrow U(t) = L.I_2/2$
$\rightarrow U(t) = 5 . [5 . \exp(-10.t)]2/2 \rightarrow U(t) = (125/2). \exp(-20.t)]$

3ª Questão: (3.5)

Considere o circuito de corrente alternada da figura 1 onde a frequência angular da fonte é ω=1000 rad/s. A posição relativa dos fasores da fonte e da corrente é mostrada na figura 2. Com a adição de um capacitor em série C = 500 μF, a posição relativa dos fasores muda para a da figura 3.

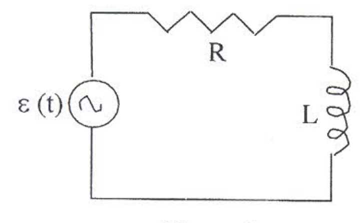


Figura 1

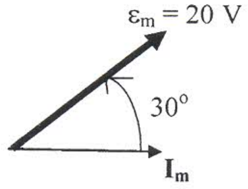


Figura 2

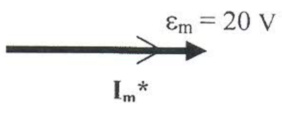


Figura 3

Determine, justificando todas as respostas:

(a) (**0.5**) Valor da indutância L.

(b) (**0.5**) A amplitude da corrente na ausência do capacitor C.

(c) (**1.0**) O valor da resistência R.

(d) (**0.5**) A potência média fornecida pela fonte <u>sem</u> o capacitor C.

(e) (**0.5**) A potência média fornecida pela fonte <u>com</u> o capacitor C.

(f) (**0.5**) A potência média absorvida pelo resistor <u>sem e com</u> o capacitor C.

SOLUÇÃO

(a) Figura 3 $\Rightarrow$ **ressonância** $\Rightarrow X_L = X_C = 1 / \omega C = 1/(1000 \times 5\times10^{-4}) = 2\,\Omega$; $X_L = \omega L = 2 \Rightarrow$ $\mathbf{L = 2/1000 = 2\ mH}$

(b) Figura 2 $\Rightarrow \phi = 30^o \Rightarrow V_{Lm} = \varepsilon_m \operatorname{sen} 30^o = 20 \times ½ = 10\ v = X_L\, I_m \Rightarrow \mathbf{I_m = 10 / 2 = 5\ A}$

(c) $V_{Rm} = \varepsilon_m \cos 30^o = 20 \times \sqrt{3}/2 = R\, i_m \Rightarrow \mathbf{R = 2\sqrt{3}\ \Omega}$

(d) $\mathbf{P}_{\text{média}} = \varepsilon_{rms}\, I_{rms} \cos\phi = \dfrac{20}{\sqrt{2}} \dfrac{5}{\sqrt{2}} \dfrac{\sqrt{3}}{2} = \mathbf{25\sqrt{3}\ W}$

(e) $I_{rms}{}^{*} = \varepsilon_{rms}{}^{*} / Z = 10/\sqrt{6} \Rightarrow \mathbf{P}_{\text{média}} = \varepsilon_{rms}\, I_{rms}{}^{*} \cos\phi' = \dfrac{100\sqrt{3}}{3}$ **W**

ressonância $\Rightarrow$ $Z = R$ e $\cos\phi' = 1$

(f) A mesma dos itens (d) e (e), respectivamente.