

P3 de Equações diferenciais e de diferenças

MAT 1154 — 2004.2

Data: 22 de Novembro de 2004

Nome: _____ Matrícula: _____

Assinatura: _____ Turma: _____

Questão	Valor	Nota	Revisão
1	3.0		
2	3.0		
3	2.0		
4	2.0		
Total	10.0		

Instruções

- Mantenha seu telefone celular desligado durante toda a prova.
- Não é permitido usar nenhum tipo de calculadora.
- A prova pode ser resolvida a lápis ou a caneta.
- Você tem direito a uma folha de consulta.
- Não destaque as folhas da prova.
- Todas as respostas devem ser justificadas.

1. Resolva:

(a)

$$y'' - y = \begin{cases} 1, & 0 \leq x < 1, \\ 0, & x > 1, \end{cases} \quad y(0) = 0, \quad y'(0) = 0.$$

(b)

$$y'' + 2y' + 2y = 1, \quad y(0) = 1, \quad y'(0) = 1.$$

2. (a) Resolva o sistema

$$y_1' = 2y_1 + y_2, \quad y_2' = y_1 + 2y_2.$$

(b) Encontre uma solução qualquer de

$$y_1' = 2y_1 + y_2 + 1, \quad y_2' = y_1 + 2y_2.$$

(c) Resolva o problema de valor inicial

$$y_1' = 2y_1 + y_2 + 1, \quad y_2' = y_1 + 2y_2, \quad y_1(0) = y_2(0) = 0.$$

3. Temos

$$a_{k+1} = -a_k + b_k, \quad b_{k+1} = -3a_k + 2b_k, \quad a_0 = 1, \quad b_0 = 0.$$

Calcule a_{121} .

(Observação: A resposta deve ser simplificada ao máximo. Você pode usar a forma polar para calcular potências de números complexos.)

4. A função $y : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^2$ satisfaz $y' = Ay$ para uma matriz 2×2 real fixa A . Sabemos que

$$y(0) = (1, 2), \quad y(1) = (3, 5), \quad y(2) = (8, 13).$$

- (a) Calcule e^A .
(b) Calcule $y(3)$.