PUC-RIO – CB-CTC

P3 DE ELETROMAGNETISMO – 12.11.12 – segunda-feira

Nome :____

Assinatura: ____

Matrícula:______________________________________Turma:_______________

NÃO SERÃO ACEITAS RESPOSTAS SEM JUSTIFICATIVAS E CÁLCULOS EXPLÍCITOS.

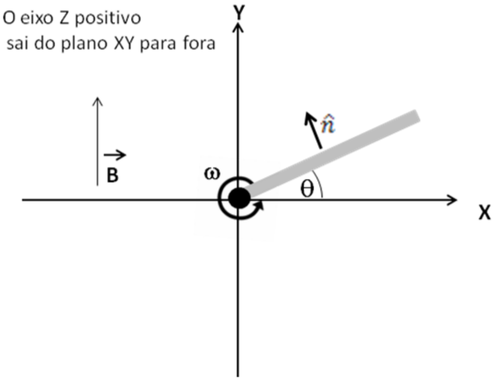
Não é permitido destacar folhas da prova

Questão	**Valor**	**Grau**	**Revisão**
1ª Questão	3,5		
2ª Questão	3,5		
3ª Questão	3,0		
Total	10,0		

A prova só poderá ser feita a lápis, caneta azul ou preta e NÃO é permitido o uso de calculadoras eletrônicas.

1ª Questão: (3.5)

Uma espira condutora retangular de superfície A e resistência R gira ao redor do eixo Z com velocidade angular ω constante num campo magnético uniforme de modulo B e direção e sentido ao longo do eixo Y como mostrado na figura ao lado. Considere o sentido do vetor unitário $\hat{n}$ característico da superfície da espira para efeito de fluxo magnético como mostrado em figura.



a) (**0.5**) Determine o sinal do fluxo ϕ magnético que atravessa a espira e da sua derivada temporal nos seguintes intervalos:

$$0<\theta<\frac{\pi}{2},\quad \frac{\pi}{2}<\theta<\pi\,,\quad \pi<\theta<\frac{3}{2}\pi\,,\quad \frac{3}{2}\pi<\theta<2\pi$$

b) (**1.0**) Determine a expressão do fluxo magnético ϕ que atravessa a espira e da f.e.m induzida em função do ângulo θ. Faça um gráfico das duas grandezas para $0 < \theta < 2\pi$.

c) (**0.5**) Calcule a potencia elétrica dissipada no resistor em função do ângulo θ.

d) (**1.0**) Qual deve ser a potência em função de tempo de um motor que está forçando a espira a girar com uma velocidade ω? A potência média durante uma volta completa da espira é menor, maior ou igual a potencia elétrica dissipada no resistor? Justifique através de considerações energéticas. (*Sugestão*: *A potência é igual ao momento τ aplicado pelo motor vezes a velocidade angular ω*).

SOLUÇÃO

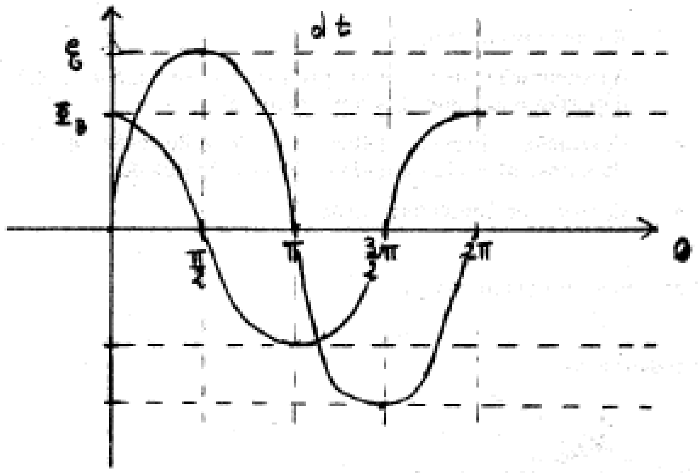
A) $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ FLUXO > 0
DERIVADA FLUXO < 0

$\frac{\pi}{2} < \theta < \pi$ FLUXO < 0
DERIVADA FLUXO < 0

$\pi < \theta < \frac{3}{2}\pi$ FLUXO < 0
DERIVADA FLUXO > 0

$\frac{3}{2}\pi < \theta < 2\pi$ FLUXO > 0
DERIVADA FLUXO > 0

b) $\Phi_B = BA\cos\theta \qquad \varepsilon = -\dfrac{d\Phi_B}{dt} = wBA\,\text{sen}\,\theta$



c) $P_R = i^2 R = \left(\dfrac{\varepsilon}{R}\right)^2 R = \dfrac{w^2B^2A^2}{R}\,\text{sen}^2(\theta)$

d) $|\vec{\tau}| = |\vec{\mu}\wedge\vec{B}| = iA\,|\hat{n}\wedge\vec{B}| = iAB\,\text{sen}\,\theta = \dfrac{wB^2A^2}{R}\,\text{sen}^2\theta$

$P_{MOTOR} = |\vec{\tau}|\,w = \dfrac{w^2B^2A^2}{R}\,\text{sen}^2\theta = P_R$

A ENERGIA CINETICA DA ESPIRA E' CONSTANTE, ASSIM O TRABALHO FEITO PELO MOTOR E' COMPLETAMENTE DISSIPADO EM CALOR

$2^{\underline{a}}$ Questão: (3.5)

Considere o circuito da figura 1 onde $\varepsilon = 15$ V, $R_1 = 1$ KΩ , $R_2 = 2$ KΩ, $C = 10^{-6}$ F , $L = 10^{-2}$ H e ocorrem as seguintes fases sucessivas:

Fase 1 : chave S_1 fechada e S_2 aberta durante longo tempo
Fase 2 : chave S_1 aberta e S_2 fechada durante longo tempo.

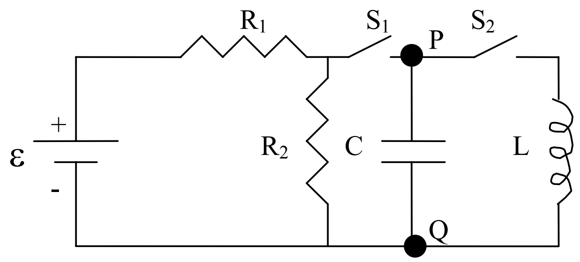


Figura 1

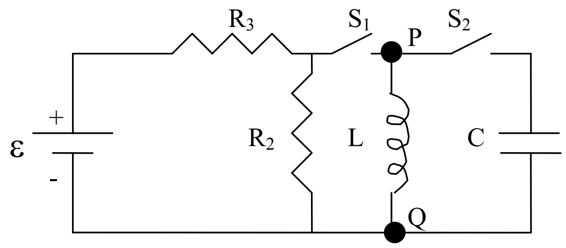


Figura 2

Determine, <u>justificando todas as respostas:</u>

(a) (**0.6**) A d.d.p. $V_P – V_Q$ em função do tempo durante a fase 2

(b) (**0.6**) A corrente no indutor em função do tempo durante a fase 2.

(c) (**0.6**) A carga do capacitor em função do tempo durante a fase 2.

(d) (**0.6**) A energia no circuito durante a fase 2.

Considere agora que as posições do indutor e do capacitor são trocadas e a resistência R_1 é substituída por outra (R_3), conforme a **Figura 2**. Nestas novas condições determine:

(e) (**0.6**) O valor da resistência R_3 tal que a energia do circuito seja igual ao da **Figura 1**.

(f) (**0.5**) Se o indutor no circuito da **Figura 1** tem uma resistência interna r = 2 Ω , após quanto tempo a energia inicial do circuito decai de $1/e^2$, sendo "e" a base dos logaritmos naturais.

SOLUÇÃO

a) $V_P - V_Q(t) = V_{C\_}max \cos(wt)$; $\mathbf{V_{C\_}max} = \varepsilon R_2 / (R_1 + R_2) = 10$ V .
$\omega = 1/\sqrt{LC} = 10^4$ rad/s ; $\mathbf{V_P - V_Q(t) = 10 \cos(10^4 t)}$ V

b) $i(t) = dq/dt = - w\, 10^{-5} \operatorname{sen}(10^4 t)$; $\mathbf{i(t) = -0{,}1 \operatorname{sen}(10^4 t)}$ **A**

c) $\mathbf{q(t) = V_{PQ}(t)\, C = 10^{-5} \cos(10^4 t)}$ C

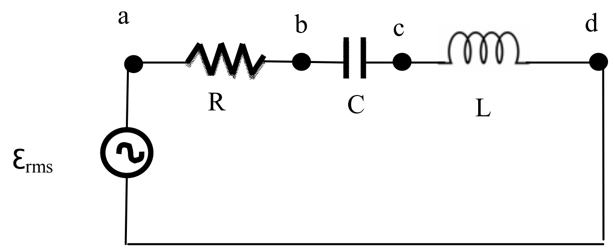
d) $\mathbf{U} = U_L(t) + U_C(t) = ½\, C\, (V_C \max)^2 = \mathbf{5x10^{-5}\ J}$

e) $½\, L\, (i_{max})^2 = 5x10^{-5} \Rightarrow i_{max} = 0{,}1$ A $= \varepsilon / R_3 = 15 / R_3 \Rightarrow$ $\mathbf{R_3 = 150\ \Omega}$

e) $U(t)\ \alpha\ q^2(t)$ e $q(t)\ \alpha\ \exp(-\gamma t) \Rightarrow 2\gamma t = 2$; $\gamma = r / 2L = 100 \Rightarrow$ $\mathbf{t = 0{,}01\ s}$

3ª Questão: (3.0)

Considere que no circuito abaixo temos R = 15 Ω, C = 62,5 μF e L = 50 mH. Sabendo que a fonte opera com freqüência angular de 400 rd/s e com uma tensão eficaz (valor quadrático médio) de 75 V, determine:



a) O valor eficaz (quadrático médio) da corrente no circuito.
b) As tensões eficazes V_{ab}, V_{bc}, V_{cd}, V_{bd} e V_{ad}. (Faça o diagrama de fasores para ajudar no raciocínio).
c) A potência média fornecida pela fonte e a potência média dissipada em cada elemento do circuito.
d) O ângulo de fase entre a tensão da fonte e a corrente se a frequência angular mudar para 565,7 rd/s. Neste caso quem está adiantado, a corrente ou a tensão da fonte?

SOLUÇÃO

a) $X_C = 1/\omega C = 1/(400 \times 62{,}5\mu) = 40$ [Ω].

$X_L = \omega L = 400 \times 50$ m) = 20 [Ω].

$$Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}$$

$$Z = \sqrt{15^2 + (20 - 40)^2} = 25\ [\Omega]$$

$$I_{rms} = \frac{\varepsilon_{rms}}{Z} = \frac{75}{25}, \qquad I_{rms} = 3{,}0\ [A]$$

b) $V_{ab} = V_R = RI$, $V_{Rrms} = R\, I_{rms} = 15 \times 3 = 45$ [V].

$V_{bc} = V_C = X_C I$, $V_{Crms} = X_C I_{rms} = 40 \times 3 = 120$ [V]

$V_{cd} = V_L = X_L I$, $V_{Lrms} = X_L I_{rms} = 20 \times 3 = 60$ [V]

$V_{bd} = V_C - V_L = 120 - 60 = 60$ [V]

$V_{ad} = \varepsilon_{rms} = 75$ [V]. Hipotenusa de catetos V_{ab} e V_{bd}.

c) $P_m = \mathcal{E}_{rms} I_{rms} \cos \varphi$ (Potência fornecida pela fonte)

$\cos \varphi = V_{Rrms}/\mathcal{E}_{rms} = 45/75 = 3/5$

$P_m = 75 \times 3 \times 3/5 = 135$ [W].

$P_{Rm} = V_{Rrms} \times I_{rms} = 45 \times 3 = 135$ [W] (Note que toda a potência fornecida pela fonte é dissipada em R).

$P_{Cm} = P_{Lm} = 0$ [W] (Estes elementos não dissipam potência).

d) $X_L = \omega L = (565{,}7 \times 50\ \text{m}) = 28{,}3$ [Ω].

$X_C = 1/\omega C = 1/(565{,}7 \times 62{,}5\mu) = 28{,}3$ [Ω].

Como $X_L = X_C$ o circuito é ressonante e $\varphi = 0$. A tensão de fonte e a corrente estão em fase