

2012.2

P1 CALCULO IV

1) Ache a solução geral das equações seguintes:

i) $y' - (y - y^2)xe^{2x} = 0$

ii) $xy' + 2y = x^2 - x + 1$

iii) $y_{n+1} = \frac{1}{2}y_n + 6$

2) Seja $f:\mathbb{R}\rightarrow\mathbb{R}$ contínua e considere a equação diferencial

$$y''+2f(x)y'+(f(x))^2y=0.$$

i) Determine $f(x)$ tal que a função $y(x)=e^{-x}$ seja solução da equação.

ii) Escreva a fórmula geral da equação achada no item (i).

iii) Ache a solução particular da equação do item (i) definida pelas condições iniciais $y(0)=0$, $y'(0)=1$.

3) Suponha que a taxa de crescimento de uma certa população varia com o tempo, e que o número de indivíduos $y(t)$ da mesma no instante de tempo t satisfaz a equação diferencial:

$$dy/dt = 0,5 + ty(t)5.$$

i) Se $y(0)=1$, encontre (ou estime) o instante t no qual a população dobra. Determine se o tempo t no qual o número de indivíduos dobra depende da população inicial.

ii) Suponha que a parcela t na equação diferencial é substituída por $2\pi t$, isto é, a variação na taxa de crescimento tem uma frequência substancialmente maior. Qual é o efeito dessa mudança no tempo de duplicação da população ?

4) Responda as questões abaixo JUSTIFICANDO.

a) Exiba uma equação exata que admita como soluções a família de curvas

$$y' = c(1+x^2), c \in \mathbb{R}$$

b) Ache a solução particular $y(x)$ quando $y(1)=2$.