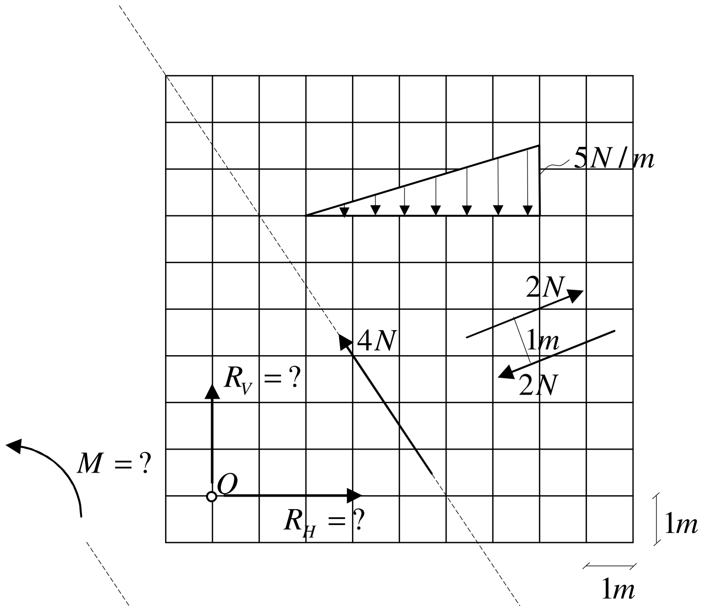
ENG 1007 – INTRODUÇÃO À MECÂNICA DOS SÓLIDOS

Primeira prova – turma D 12/09/2013

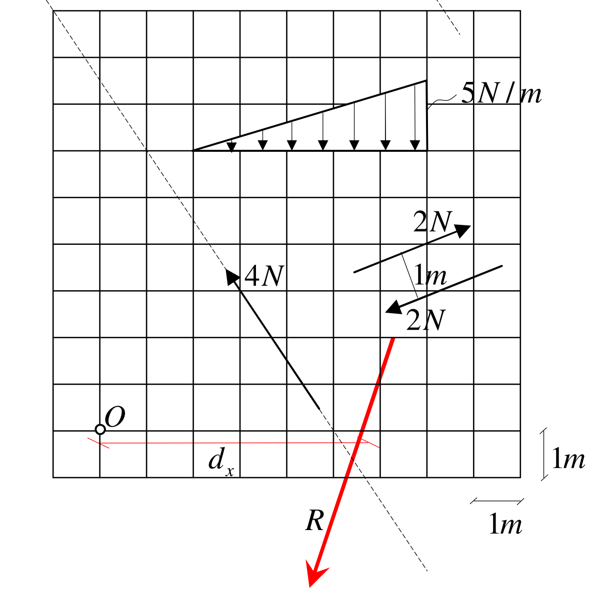
1ª Questão (2,5 pontos)

a) Reduzir o sistema de forças e conjugado que agem num plano, segundo o esquema ao lado, a uma única força resultante, de componentes R_H e R_V, que agem no ponto O, e a um momento (torque) M, conforme indicados. Não é preciso completar as contas.

b) Dizer a que distância do ponto O deve passar a resultante para que, sozinha, seja equivalente a todas as ações aplicadas. Indique no desenho onde passa esta resultante, ou seja, o resultado da distância que você calculou.



Resposta:



a) $R_H = -4\dfrac{2}{\sqrt{13}} = -2{,}22N$

$$R_V = 4\frac{3}{\sqrt{13}} - \frac{5\times5}{2} = -9{,}17N$$

$$R = \sqrt{R_H^2 + R_V^2} = 9{,}43N$$

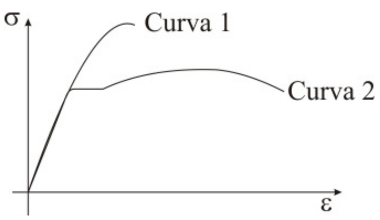
$$M = 4\frac{3}{\sqrt{13}}\times5 - \frac{5\times5}{2}\left(2+\frac{2}{3}\times5\right) - 2\times1 = -52{,}03Nm$$

Portanto, M é no sentido horário.

a) $d_x = \dfrac{M}{R_V} = \dfrac{-52{,}03}{-9{,}17} = 5{,}67m$ (ver desenho ao lado)

2ª Questão (2,5 pontos)

Na figura ao lado é ilustrado o diagrama de tensão-deformação obtido de dois diferentes aços determinados em um ensaio de tração. Indique qual é a curva correspondente a um aço frágil e a curva de um aço dúctil. Justifique.



Resposta:

Curva 1 – Aço Frágil

Curva 2 – Aço Dúctil

Aço Frágil apresenta pouco ou nenhum escoamento.

Aço Dúctil suporta grandes deformações antes de se romper.

3ª Questão (2,5 pontos)

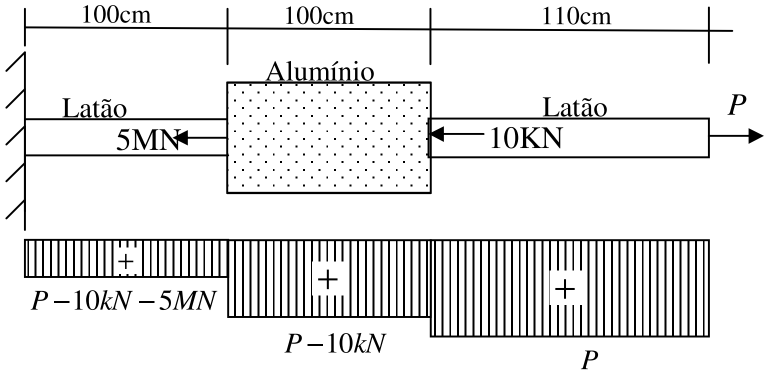
Considere a barra de seção transversal circular ($d_{(latão)}$ = 12,5cm, $D_{(alumínio)}$ = 25cm) formada por 2 materiais com as seguintes propriedades:

Material	Alumínio	Latão
E (GPa)	70	100
ν	0,3	0,35

Pede-se calcular o valor máximo da força P que pode ser aplicada na barra, admitindo-se uma variação total máxima do comprimento da barra igual a 6 *mm*.

$$\sigma = \frac{F}{A} = E\varepsilon \qquad \varepsilon = \frac{\Delta L}{L}$$

$$A = \frac{\pi d^2}{4}$$

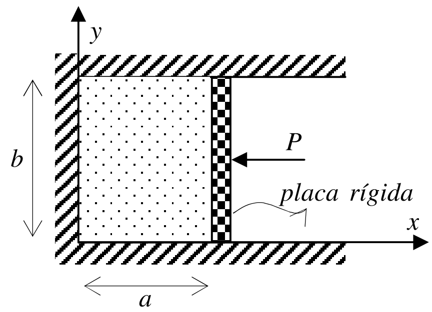


Resposta:

À direita está o gráfico de esforços normais na barra.

$$\delta L = \frac{(P-10kN-5MN)\times 1}{100GPa\,\pi 0,125^2/4} + \frac{(P-10kN)\times 1}{70GPa\,\pi 0,25^2/4} + \frac{P\times 1,1}{100GPa\,\pi 0,125^2/4} = 0,006m \quad \Rightarrow \quad P = 5,037MN$$

4ª Questão (2,5 pontos)



Um paralelepípedo de borracha, de dimensões a, b, c nas direções x, y, z, conforme a figura (o eixo z é perpendicular ao plano do desenho), está confinado pelos planos $x = 0$, $y = 0$ e $y = b$, sendo completamente livre para se deformar na direção z. Não há atrito entre as paredes do paralelepípedo e dos planos ou da placa rígida (somente tensões normais são geradas). A borracha tem módulo de elasticidade E, coeficiente de Poisson ν e coeficiente de dilatação térmica α. Calcular, para uma força P aplicada, que gera uma deformação ε_x uniforme nas direções y e z, por causa da placa rígida indicada, e variação de temperatura ΔT,

a) o estado de tensões e deformações do paralelepípedo,
b) a variação do volume,
c) a variação da área segundo o plano xy.

$$\varepsilon_x = \frac{\sigma_x}{E} - \frac{\nu}{E}(\sigma_y + \sigma_z) + \alpha\Delta T \qquad \delta\ell_x = \int_{\ell_x} \varepsilon_x dx$$

$$\varepsilon_y = \frac{\sigma_y}{E} - \frac{\nu}{E}(\sigma_z + \sigma_x) + \alpha\Delta T \qquad \delta A_x = \int_{A_x} \left(\varepsilon_y + \varepsilon_z\right) dA_x$$

$$\varepsilon_z = \frac{\sigma_z}{E} - \frac{\nu}{E}(\sigma_x + \sigma_y) + \alpha\Delta T \qquad \delta V = \int_V \left(\varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z\right) dV = \frac{1-2\nu}{E}\int_V \left(\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z\right) dV + \int_V 3\alpha\Delta T dV$$

Resposta:

a) Tem-se diretamente da formulação do problema que $\sigma_x = -P/bc$, $\sigma_z = 0$ e $\varepsilon_y = 0$.

A expressão de σ_y é obtida da condição $\varepsilon_y = 0$:

$$\varepsilon_y = 0 = \frac{\sigma_y}{E} - \frac{\nu}{E}\left(\sigma_x + \sigma_z\right) + \alpha\Delta T = \frac{\sigma_y}{E} - \frac{\nu}{E}\left(\frac{-P}{bc} + 0\right) + \alpha\Delta T \quad \Rightarrow \quad \sigma_y = \frac{-\nu P}{bc} - E\alpha\Delta T$$

Uma vez conhecidas as tensões, tem-se

$$\varepsilon_x = \frac{\sigma_x}{E} - \frac{\nu}{E}\left(\sigma_y + \sigma_z\right) + \alpha\Delta T = \frac{-P}{Ebc} - \frac{\nu}{E}\left(\frac{-\nu P}{bc} - E\alpha\Delta T + 0\right) + \alpha\Delta T = \frac{-P(1-\nu^2)}{Ebc} + \alpha\Delta T(1+\nu)$$

$$\varepsilon_z = \frac{\sigma_z}{E} - \frac{\nu}{E}\left(\sigma_x + \sigma_y\right) + \alpha\Delta T = 0 - \frac{\nu}{E}\left(\frac{-P}{bc} - \frac{\nu P}{bc} - E\alpha\Delta T\right) + \alpha\Delta T = \frac{\nu P(1+\nu)}{Ebc} + \alpha\Delta T(1+\nu)$$

b) $$\delta V = \frac{1-2\nu}{E}\int_V \left(\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z\right) dV + \int_V 3\alpha\Delta T dV$$

$$= \frac{1-2\nu}{E}\int_V \left(\frac{-P}{bc} - \frac{\nu P}{bc} - E\alpha\Delta T + 0\right) dV + \int_V 3\alpha\Delta T dV$$

$$= -\frac{(1-2\nu)(1+\nu)}{E} Pa + 2abc(1+\nu)\alpha\Delta T$$

c) $$\delta A_z = \int_{A_z} \left(\varepsilon_x + \varepsilon_y\right) dA_z = \left(\frac{-P(1-\nu^2)}{Ebc} + \alpha\Delta T(1+\nu) + 0\right) ab = \frac{-Pa(1-\nu^2)}{Ec} + (1+\nu)ab\alpha\Delta T$$