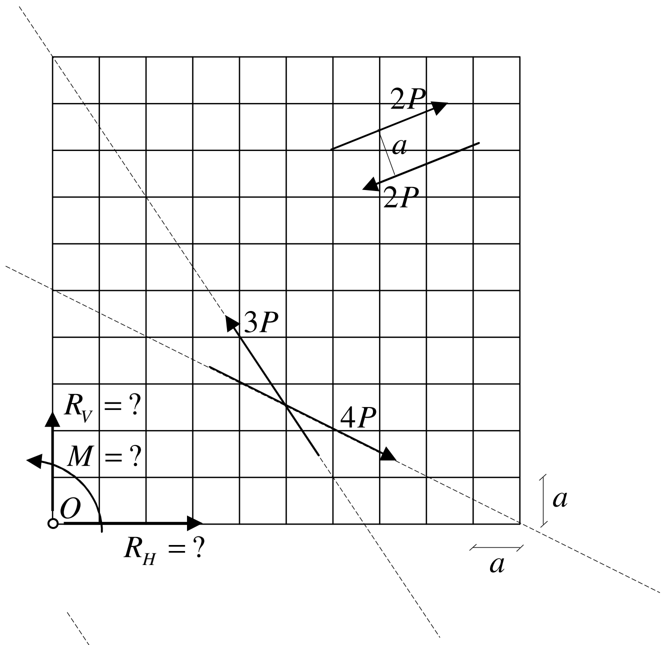
ENG 1007 – INTRODUÇÃO À MECÂNICA DOS SÓLIDOS

Primeira prova – turma A 10/09/2013

1ª Questão (2,5 pontos)

a) Reduzir o sistema de forças e conjugado que agem num plano, dados em função de P (N) e a (m), segundo o esquema ao lado, a uma única força resultante, de componentes R_H e R_V, que agem no ponto O, e a um momento (torque) M, conforme indicados. Não é preciso completar as contas.

b) Dizer a que distância do ponto O deve passar a resultante para que, sozinha, seja equivalente a todas as ações aplicadas. Indique no desenho onde passa esta resultante, ou seja, o resultado da distância que você calculou.



Respostas:

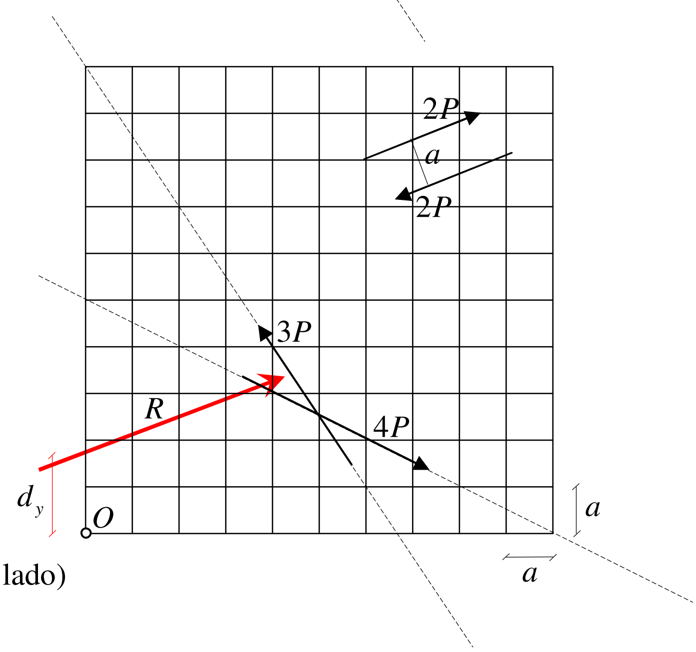
a) $R_H = -3P\dfrac{2}{\sqrt{13}} + 4P\dfrac{2}{\sqrt{5}} = 1{,}91P$

$R_V = 3P\dfrac{3}{\sqrt{13}} - 4P\dfrac{1}{\sqrt{5}} = 0{,}707P$

$R = \sqrt{R_H^2 + R_V^2} = 2{,}04P$

$M = \dfrac{60}{\sqrt{13}}Pa - \dfrac{40}{\sqrt{5}}Pa - 2Pa = -3{,}248Pa$

b) $d_y = -\dfrac{M}{R_H} = -\dfrac{-3{,}248Pa}{1{,}91P} = 1{,}7a$ (ver desenho ao lado)



$2^{\underline{a}}$ Questão (2,5 pontos)

Explique as principais características do comportamento elástico e do comportamento plástico de um material metálico. Desenhe o diagrama de tensão versus deformação do ensaio uniaxial de um corpo de prova, identificando os trechos em que ocorre cada comportamento.

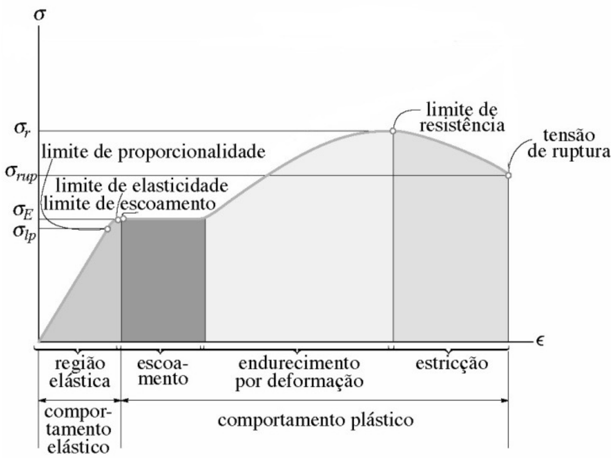
Resposta:

Comportamento elástico – sem deformações residuais. Obedece à lei de Hooke até a tensão limite de proporcionalidade. [Lei de Hooke: $\sigma = E\varepsilon$, a inclinação da reta formada entre as deformações e tensões é chamada de módulo de elasticidade (*E*).]

Comportamento plástico – deformações residuais. É dividido em 3 regiões: escoamento, endurecimento e estricção.

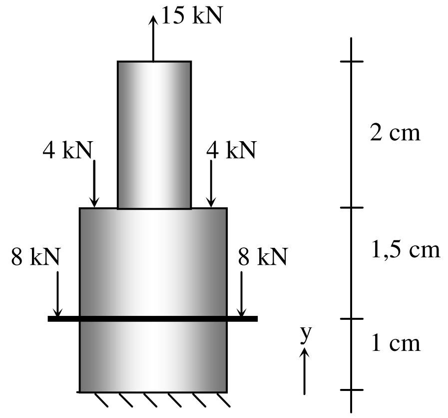
1. **Escoamento – o corpo-de-prova se alonga sem qualquer acréscimo de carga.**
2. **Endurecimento - a área da seção transversal do corpo-de-prova diminui uniformemente. Para um incremento de carga, a tensão aumenta até atingir a tensão máxima = tensão última.**
3. **Estricção - a área da seção transversal começa a diminuir em uma região localizada do corpo-de-prova.**

Diagrama de tensão-deformação



3ª Questão (2,5 pontos)

Considere a peça de seção transversal circular (d = 1,13 cm e D = 1,6 cm) da figura formada de aço maciço com módulo elasticidade $E = 210GPa$ e tensão de escoamento para tração e compressão $\sigma_e = 210MPa$. Pede-se para determinar:



a) A variação do comprimento total da peça.

b) O coeficiente de segurança da peça contra escoamento.

$$\sigma = \frac{F}{A} = E\varepsilon \qquad \varepsilon = \frac{\Delta L}{L} \qquad A = \frac{\pi d^2}{4}$$

Resposta:

Ao lado está o diagrama de esforço normal ao longo da peça.

a) $$\delta L = \frac{1}{210\times 10^6}\left(\frac{-9\times 0,01 + 7\times 0,015}{\pi 0,016^2/4} + \frac{15\times 0,02}{\pi 0,0113^2/4}\right)$$

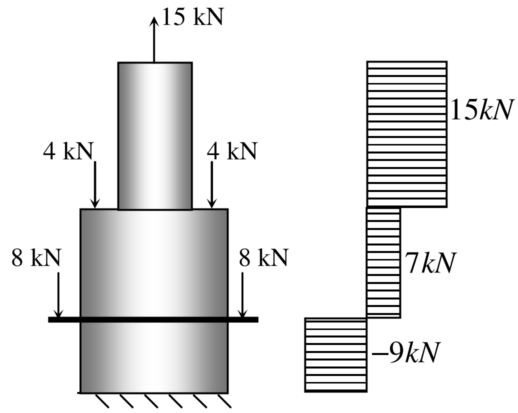
$$= 0,146\times 10^{-4}\, m$$

b) No trecho sob $9kN$ de força normal:

$$Coef.seg. = \frac{\sigma_e}{F/A} = \frac{210000}{9/\left(\pi 0,016^2/4\right)} = 4,69$$

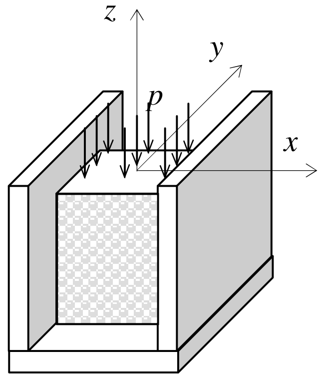
No trecho sob $15kN$ de força normal:

$$Coef.seg. = \frac{\sigma_e}{F/A} = \frac{210000}{15/\left(\pi 0,0113^2/4\right)} = 1,40$$



Portanto, $Coef.seg. = 1,40$

4ª Questão (2,5 pontos)



A figura apresenta um cubo de lado a = 10 *cm*, feito de borracha (E = 20 *MPa*, ν = 0,5), apoiado em sua base e confinado lateralmente segundo a direção *x*. A face superior do cubo está submetida a uma compressão uniforme *p* = 30 *kPa*. Além disso, o cubo está submetido a uma variação de temperatura $\Delta T = 10^0 C$ (o coeficiente de dilatação térmica da borracha é $\alpha = 200\times10^{-6}/{}^0C$). Calcular

a) As tensões σ_x, σ_y e σ_z que agem sobre o cubo;

b) As deformações ε_x, ε_y e ε_z correspondentes;

c) A variação de volume sofrida pelo cubo.

$$\varepsilon_x = \frac{\sigma_x}{E} - \frac{\nu}{E}(\sigma_y + \sigma_z) + \alpha\Delta T \qquad \delta\ell_x = \int_{\ell_x} \varepsilon_x dx$$

$$\varepsilon_y = \frac{\sigma_y}{E} - \frac{\nu}{E}(\sigma_z + \sigma_x) + \alpha\Delta T \qquad \delta A_x = \int_{A_x} \left(\varepsilon_y + \varepsilon_z\right) dA_x$$

$$\varepsilon_z = \frac{\sigma_z}{E} - \frac{\nu}{E}(\sigma_x + \sigma_y) + \alpha\Delta T \qquad \delta V = \int_V \left(\varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z\right) dV = \frac{1-2\nu}{E}\int_V \left(\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z\right) dV + \int_V 3\alpha\Delta T dV$$

Resposta:

a) Tem-se diretamente da formulação do problema que $\sigma_z = -p$, $\sigma_y = 0$ e $\varepsilon_x = 0$.

A expressão de σ_x é obtida da condição $\varepsilon_x = 0$:

$$\varepsilon_x = 0 = \frac{\sigma_x}{E} - \frac{\nu}{E}\left(\sigma_y + \sigma_z\right) + \alpha\Delta T = \frac{\sigma_x}{E} - \frac{\nu}{E}\left(0 - p\right) + \alpha\Delta T \Rightarrow \sigma_x = -\nu p - E\alpha\Delta T$$

Para os dados numéricos do problema,

$$\boxed{\sigma_x = -0,5\times30 - 20000\times200\times10^{-6}\times10\,kPa = -55\,kPa\,,\ \sigma_y = 0\,,\ \sigma_z = -30\,kPa}$$

b) Uma vez conhecidas as tensões, tem-se

$$\varepsilon_y = \frac{\sigma_y}{E} - \frac{\nu}{E}\left(\sigma_x + \sigma_z\right) + \alpha\Delta T = 0 - \frac{0,5}{20000}\left(-55-30\right) + 200\times10^{-6}\times10 = 0,004125$$

$$\varepsilon_z = \frac{\sigma_z}{E} - \frac{\nu}{E}\left(\sigma_x + \sigma_y\right) + \alpha\Delta T = \frac{-30}{20000} - \frac{0,5}{20000}\left(-55+0\right) + 200\times10^{-6}\times10 = 0,001875$$

c) $\delta V = \int_V \left(\varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z\right) dV = \left(0 + 0,004125 + 0,001875\right)0,1^3 = 0,6\times10^{-5}\,m^3$