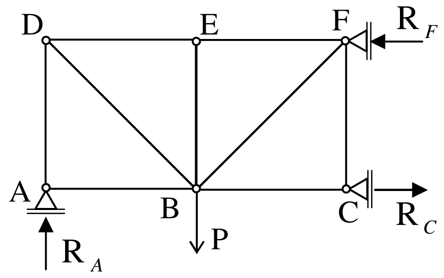
ENG 1007 – INTRODUÇÃO À MECÂNICA DOS SÓLIDOS

Primeira prova – turma B 12/09/2013

1ª Questão (2,5 pontos)

Usando três equações de equilíbrio, de forma conveniente, calcular as reações de apoio R_A, R_C e R_F indicadas na figura. Todos os ângulos formados pelas barras são de 90^0 ou 45^0. Lembrar-se de usar uma quarta equação de equilíbrio para verificar as contas.



Resposta:

$R_A = P$

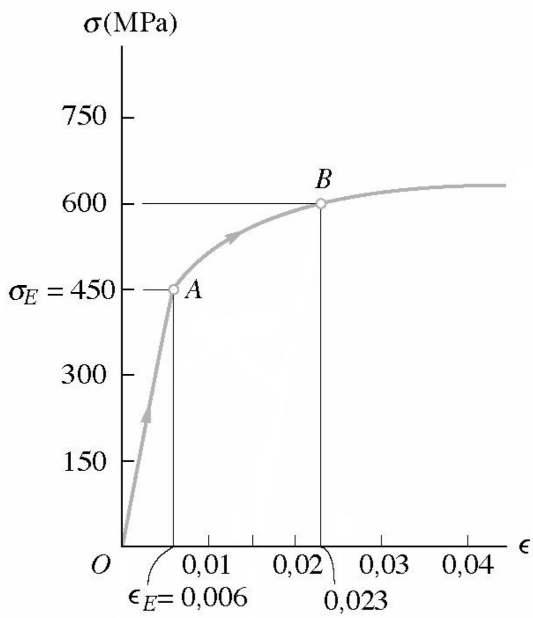
$R_C = P$

$R_F = P$

2ª Questão (2,5 pontos)

A figura abaixo apresenta o gráfico tensão-deformação do alumínio. O ponto A (σ_E, ε_E) representa o limite de elasticidade do material. Quando o limite elástico do material é ultrapassado, passa a ocorrer deformação plástica. Sabe-se que quando há deformação plástica apenas a parte elástica é recuperada após o descarregamento, havendo, portanto, uma deformação permanente ou residual no material. Pede-se:

a) Qual o módulo de elasticidade do material?
b) Supondo que o corpo de prova seja carregado até o ponto B e depois descarregado, qual seria a deformação permanente após o descarregamento?
c) Se o corpo de prova fosse novamente carregado qual seria o novo limite elástico?



Respostas:

a) $E = \dfrac{\sigma}{\varepsilon} = \dfrac{450\text{ MPa}}{0,006} = 75\text{ GPa}$

b) $\varepsilon_{res} = 0,023 - \dfrac{600}{75000} = 0,015$

c) $\sigma_E = 600\text{ MPa}$

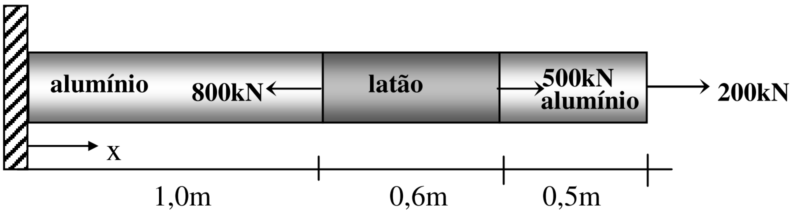
3ª Questão (2,5 pontos)

Uma barra de seção circular, diâmetro *d*, composta de alumínio (E^{al} = 75GPa e σ_{adm}^{al} = 200MPa) e latão (E^{lat} = 105GPa e σ_{adm}^{lat} = 350MPa) é submetida a forças, conforme a figura. Determine

a) O valor do diâmetro *d* mínimo da barra;
b) para este diâmetro *d,* a variação do comprimento total da barra e a variação do comprimento do trecho em latão.

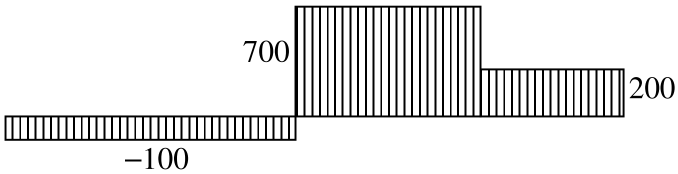
$$\sigma = \frac{F}{A} = E\varepsilon \qquad \varepsilon = \frac{\Delta L}{L}$$

$$A = \frac{\pi d^2}{4}$$



Resposta:

O diagrama de esforços normais é dado ao lado



a) Para $0 \le x < 1$: $\dfrac{100kN}{\pi d^2/4} \le \sigma_{adm}^{al}$

$\Rightarrow d \ge 0,0252m$

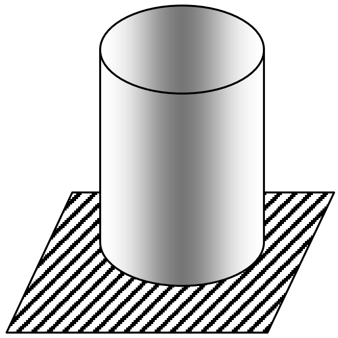
Para $1 < x < 1,6$: $\dfrac{700kN}{\pi d^2/4} \le \sigma_{adm}^{lat} \quad \Rightarrow d \ge 0,0505m$

Para $1,6 < x \le 2,1$: $\dfrac{200kN}{\pi d^2/4} \le \sigma_{adm}^{al} \quad \Rightarrow d \ge 0,0357m$. Portanto, $d = 0,0505m$

b) Variação do comprimento total da barra: $\Delta L^{total} = \dfrac{4}{\pi 0,0505^2}\left(\dfrac{-100\times 1}{75\times 10^6} + \dfrac{700\times 1,6}{105\times 10^6} + \dfrac{200\times 0,5}{75\times 10^6}\right)m = 2mm$

Variação do comprimento do trecho em latão: $\Delta L^{lat} = \dfrac{4}{\pi 0,0505^2}\dfrac{700\times 0,6}{105\times 10^6}m = 2mm$

4ª Questão (2,5 pontos)



Para o cilindro com diâmetro de 5cm e altura de 10cm, constituído de uma liga com $E = 50GPa$ e $\nu = 0{,}25$, pede-se:

a) as tensões normais, as correspondentes deformações e a variação de volume, sabendo que o cilindro está em compressão hidrostática de $p = 10kPa$;

b) a variação de sua área transversal sabendo que, além do estado de tensões do item anterior, houve um acréscimo de força na direção vertical z de $\Delta F_z = 19{,}6$N.

$$\varepsilon_x = \frac{\sigma_x}{E} - \frac{\nu}{E}(\sigma_y + \sigma_z) + \alpha\Delta T \qquad \delta\ell_x = \int_{\ell_x} \varepsilon_x dx$$

$$\varepsilon_y = \frac{\sigma_y}{E} - \frac{\nu}{E}(\sigma_z + \sigma_x) + \alpha\Delta T \qquad \delta A_x = \int_{A_x} \left(\varepsilon_y + \varepsilon_z\right) dA_x$$

$$\varepsilon_z = \frac{\sigma_z}{E} - \frac{\nu}{E}(\sigma_x + \sigma_y) + \alpha\Delta T \qquad \delta V = \int_V \left(\varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z\right) dV = \frac{1-2\nu}{E}\int_V \left(\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z\right) dV + \int_V 3\alpha\Delta T dV$$

Resposta:

a) $\sigma_x = \sigma_y = \sigma_z = -p = -10kPa$

$$\varepsilon_x = \varepsilon_y = \varepsilon_z = -\frac{1-2\nu}{E} p = -\frac{1-2\times 0{,}25}{50\times 10^6} 10 = -0{,}1\times 10^{-6}$$

$$\delta V = \int_V \left(\varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z\right) dV = \left(-3\times 0{,}1\times 10^{-6}\right)\pi 0{,}05^2/4\times 0{,}1 = -0{,}589\times 10^{-10} m^3$$

b) Para um acréscimo de força na direção vertical z de $\Delta F_z = 19{,}6$N, tem-se

$$\sigma_x = \sigma_y = -10kPa\,,\ \sigma_z = -10kPa - \frac{19{,}6N}{\pi 0{,}05^2/4 m^2} = -19{,}982kN$$

$$\varepsilon_x = \varepsilon_y = -\frac{10}{E} - \frac{\nu}{E}(-10 - 19{,}982) = \frac{-10 + 0{,}25\times 29{,}982}{50\times 10^6} = -0{,}5\times 10^{-7}$$

$$\delta A_z = \int_{A_z} \left(\varepsilon_x + \varepsilon_y\right) dA_z = \left(-2\times 0{,}5\times 10^{-7}\right)\pi 0{,}05^2/4 = -0{,}1967\times 10^{-9} m^2$$