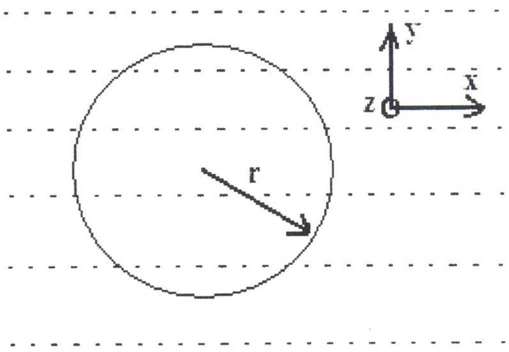
1ª Questão: (3.0)

Na figura um circuito de raio r esta na presença de um campo magnético $\vec{B}(t) = B_0 \cos(2\pi\, t)\hat{k}$.

O plano do circuito é perpendicular ao campo $\vec{B}$.



a) (**0.5**) Usando a Lei de Lenz, diga, argumentando, qual é o sentido da corrente induzida no circuito (horário ou anti-horário) no intervalo de tempo t = [0, ¼].

b) (**1.0**) Calcule a fem induzida no circuito usando a Lei de Faraday-Lenz.

Suponha agora que o campo magnético seja $\vec{B}(t) = B_0\hat{k}$.

c) (**0.5**) Usando a Lei de Lenz, diga qual é o sentido da corrente induzida no circuito.

Suponha agora que o campo na figura seja $\vec{B} = B_1\hat{k}$ e que o raio do circuito oscile como $r(t) = 3\cos^2(2\pi\, t) + 1$.

d) (**1.0**) Usando a lei de Faraday-Lenz calcule a fem induzida no circuito.

Nota: Os valores numéricos deste problema estão nas unidades do SI.

SOLUÇÃO

(a) No intervalo de [0, ¼] a função $\cos(2\pi t)$ diminue de 1 a 0. Então o campo magnético diminue de B_0 a 0. Para qualquer instante de tempo neste intervalo de tempo, o fluxo magnético será: $\phi_M = \int \vec{B}(t)\cdot d\vec{a} = B(t)A = B(t)\pi r^2$ pois o campo magnético é paralelo ao vetor de área do circuito. Assim, como o fluxo é proporcional ao campo magnético, o fluxo esta DIMINUINDO. Pela Lei de Lenz, a fem induzida deve contribuir para o aumento do fluxo total. Assim, usando a regra da mão direita, a corrente induzida deve estar no sentido ANTIHORARIO.

(b) A lei de Faraday diz $\varepsilon_{ind} = -\dfrac{d\phi_M}{dt}$

$$\phi_M = \int \vec{B}(t)\cdot d\vec{a} = B(t)A = B(t)\pi\, r^2 = B_0\pi\, r^2\cos(2\pi t) \quad \text{então}$$

$$\varepsilon_{ind} = -\frac{d\phi_M}{dt} = 2B_0\pi^2 r^2 sen(2\pi t)$$

(c) Agora o fluxo será $\phi_M = \int \vec{B}(t)\cdot d\vec{a} = B(t)A = B_0\pi r^2$, o qual é CONSTANTE NO TEMPO. Assim, como não existe variação de fluxo, então NÃO EXISTE CORRENTE INDUZIDA.

(d) Agora o fluxo é diferente pois a área depende do tempo e para cada instante de tempo o fluxo será:

$$\phi_M = \int \vec{B}(t)\cdot d\vec{a} = B_1 A(t) = B_1\pi r^2(t) = B_1\pi(3\cos^2(2\pi t)+1)^2 = B_1\pi(9\cos^4(2\pi t) + 6\cos^2(2\pi t) + 1).$$

Assim, a fem induzida será:

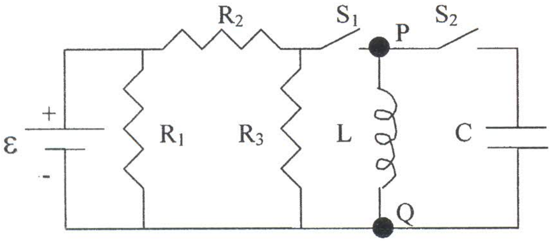
$$\varepsilon_{ind} = -\frac{d\phi_M}{dt} = -B_1\pi(36\times 2\pi\cos^3(2\pi t)\times(-sen(2\pi t)) + 12\times 2\pi\cos(2\pi t)\times(-sen(2\pi t)))$$

$$\varepsilon_{ind} = 2\pi^2 B_1 \times sen(2\pi t)\times[36\cos^3(2\pi t) + 12\cos(2\pi t)]$$

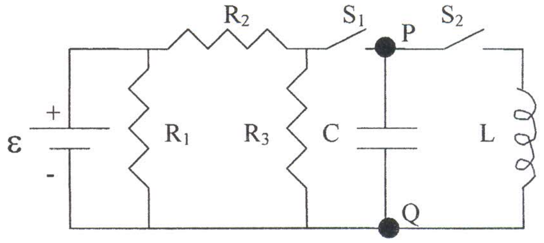
2ª Questão: (3,5)

Nos circuitos A e B, mostrados nas figuras, inicialmente não há corrente no indutor e nem carga no capacitor e ocorrem as seguintes fases sucessivas:

Fase 1 : chave S_1 fechada e S_2 aberta durante longo tempo.
Fase 2 : chave S_1 é aberta e S_2 é fechada durante longo tempo.



Circuito A



Circuito B

Considere que no circuito A durante a fase 2 o valor quadrático médio (rms) da d.d.p. no capacitor é igual a $\frac{\mathbf{10}}{\sqrt{\mathbf{2}}}$ mV e que no circuito B durante a fase 2 a corrente no indutor varia de acordo com a função $i(t) = I_0$ sen(1000 t). Considerando que $\varepsilon = 10$ V, $R_1 = R_2 = R_3 = 1$ KΩ e que as indutâncias e as capacitância são as mesmas em ambos os circuitos, determine:

a) **(1,0)** O valor de L e C.
b) **(0.7)** A d.d.p. $V_P - V_Q$ em função do tempo no circuito A durante a fase 2.
c) **(0.6)** O valor da amplitude I_0 da corrente no circuito B.
d) **(0.6)** A d.d.p. $V_P - V_Q$ em função do tempo no circuito B durante a fase 2.
e) **(0.6)** A energia total armazenada em L e C dos circuitos A e B durante a fase 2.

SOLUÇÃO

(a) circuito A: $\frac{1}{2} L\, i(0)^2 = \frac{1}{2} C\, (V_m)^2 \Rightarrow 10^{-4} L = 10^{-4} C$ ou $L = C$ **(1)**
final da fase 1 $\Rightarrow i(0) = \varepsilon / R_2 = 10/1 = 10$mA; $V_m = 10$ mV
$\omega = 1000$ rad/s $\Rightarrow 1/\sqrt{LC} = 1000$ **(2)**.

De **(1)** e **(2)** : **$L = 10^{-3}$ H e $C = 10^{-3}$ F**

(b) $\mathbf{V_P - V_Q}$ = L di/dt = **- 0,01 sen(1000 t) V**
$i(t) = i(0)\cos(1000\,t) = 10\cos(1000t)$ mA $\Rightarrow di/dt = -10\,\text{sen}(1000\,t)$

(c) circuito B : $\frac{1}{2} C\, V(0)^2 = \frac{1}{2} L\, (i_m)^2 \Rightarrow 10^{-3} \times 25 = 10^{-3} (i_m)^2 \Rightarrow \mathbf{I_0 = i_m = 5\ A}$
final da fase 1 $\Rightarrow V(0) = \varepsilon\, R_3 / (R_2 + R_3) = 5$ V .

(d) $q(t) = q(0)\cos(1000\,t)$; $q(0) = V(0)\,C$; $\mathbf{V_P - V_Q} = q(t)/C = \mathbf{5\cos(1000\,t)\ V}$