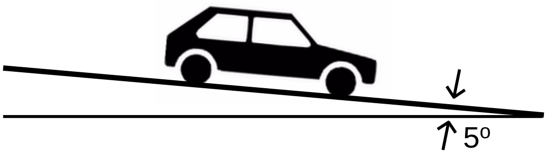
G2 – FIS1026 – 03.10.2013

Nome: ____



(1ª questão: 3,0 pontos) Um automóvel de massa *m* = 1.000 kg é conduzido em um declive de 5^o a uma velocidade de 72,0 km/h quando acontece um defeito com suas rodas e elas travam. Ele passa então a deslizar sob a ação de uma força de atrito constante de 5.000 N que causa a parada total do veículo.

Dados: sen (5^o) = 0,0872; cos (5^o) = 0,996; g = 10 m/s^2;

a) Determine a aceleração do automóvel.

b) Determine o trabalho realizado pela força gravitacional.

c) Determine trabalho do atrito.

d) De acordo com seus resultados anteriores diga se foi possível confirmar, para a situação apresentada, a validade do teorema do trabalho e da energia cinética? Justifique.

(2ª questão: 4,0 pontos)

Parte 1 - Um automóvel de massa *m* = 800 kg inicia em um piso horizontal, a partir do repouso, a subida de uma rampa, cuja altura vertical final é *h* = 10 m. Ao chegar ao topo da rampa sua energia cinética é igual a K_{topo} = 10.000 J. Neste instante, o mesmo defeito de travamento das rodas da questão anterior volta a acontecer e o automóvel inicia uma descida, deslizando por outra rampa, até chegar ao nível horizontal. Nesse deslizamento a perda para o meio externo é de 20% de sua energia mecânica no topo. Ao chegar ao nível horizontal ainda com velocidade, o automóvel colide com uma mola horizontal estática comprimindo-a até parar. A mola possui constante elástica *k*, estando com uma extremidade livre e a outra presa em uma parede. Na região onde está a mola o piso é rugoso com coeficiente de atrito cinético μ_c.

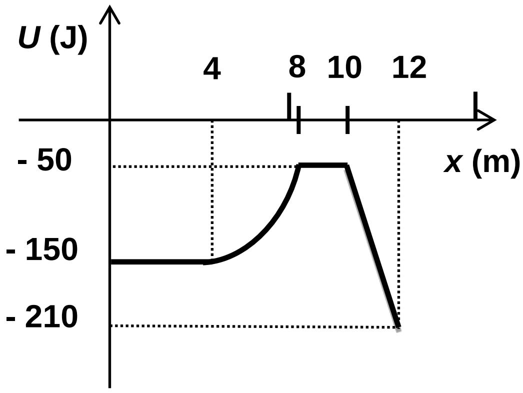
Obs.: Em todos os itens abaixo explicite a razão pela qual é válida a lei física aplicada. Resolva primeiro literalmente. Somente depois faça a aplicação numérica quando for o caso. Considere g = 10 m/s^2.

a) Obtenha uma expressão, em função dos dados conhecidos, para o valor de energia gasto pelo automóvel (ΔE_{int}) durante a subida da rampa. Assuma 100% de eficiência do motor. Calcule o seu valor numérico.

b) Encontre uma expressão literal para o valor da velocidade do automóvel (v_d) ao terminar a descida da rampa. Calcule o seu valor numérico.

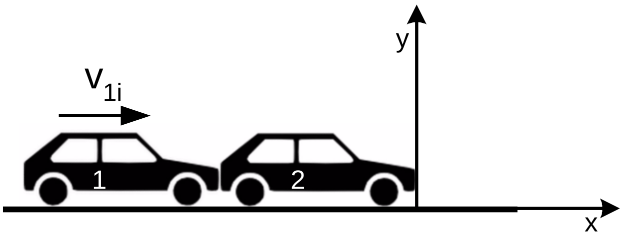
c) Deduza uma equação algébrica quadrática para a deformação máxima da mola (d) em termos dos dados literais fornecidos (d, g, k, m, μ_c e v_d).

Parte 2 - Uma partícula de massa m = 10,0 kg se move sob a ação de várias forças conservativas e de uma força não conservativa. A energia potencial total em Joules associada às forças conservativas em função da posição em metros é dada pelo gráfico ao lado. Na posição x = 4,0 m a velocidade da partícula é 5,5 m/s. No trecho entre 4,0 m e 12,0 m, a força não conservativa realiza um trabalho de - 8,0 J.



d) Obtenha a velocidade da partícula em x = 12 m.

(3ª questão: 3,0 pontos) Considere uma colisão perfeitamente inelástica entre dois automóveis de mesma altura h e mesmo comprimento d. O automóvel 1 tem massa m_1 e velocidade de módulo v_{1i} imediatamente antes de colidir com o automóvel 2 que tem massa m_2 e está em repouso. A colisão se dá em um intervalo de tempo muito curto. Considere o sistema de coordenadas indicado na figura. Assuma que o centro de massa de cada automóvel está à meia altura e na metade de seu comprimento.



a) Determine o vetor posição do centro de massa do sistema (dois automóveis) no instante imediatamente antes da colisão.

b) Determine o vetor velocidade dos destroços imediatamente após a colisão?

c) Encontre a expressão literal para a perda de energia cinética durante a colisão. Analise o resultado se $m_1 = m_2$.

GABARITO

1ª questão (3,0 pontos)

[0,5] $a)\ mgsen\theta - fat = ma \quad \Rightarrow \quad a = gsen\theta - \dfrac{fat}{m} = (10)(sen5^o) - \dfrac{5000}{1000} = -4{,}13 m/s^2$

[1,0] b) $v^2 = v_0^2 + 2a\Delta s \quad \Rightarrow \quad \Delta s = \dfrac{-v_0^2}{2a} = \dfrac{-[72/3{,}6]^2}{(2)(-4{,}13)} = 48{,}4m$

$W_{mg} = +mgh = +mg\Delta s(sen5^o) = +(1000)(10)(48{,}4)(sen5^o) = 0{,}42x10^5\,J$

[1,0] c) $W_{fat} = -fat.\Delta s = -(5000)(48{,}4) = -2{,}42x10^5\,J$

[0,5] d) $\Delta K = K_f - K_i = -1/2\, mv_o^2 = -1/2(1000)(20)^2 = -2{,}00x10^5\,J$

O que confirma o teorema do trabalho e da energia cinética.

2ª questão (4,0 pontos)

[1,0] Parte 1- a) Se a transformação de energia interna em energia gasta pelo motor para produzir movimento tem 100% de eficiência, temos:

$\Delta E_{interna} = E_{gasta\ pelo\ motor}$.

A Lei Geral de Conservação da Energia do sistema aberto (carro) é: $\Delta E_{sistema} = \sum_{m=1}^{N} \Delta E_m$

onde os termos ΔE_m representam todos os tipos de troca de energia do sistema aberto com o meio exterior. Como $\Delta E_{sistema} = \Delta E_{interna} + \Delta K$, então vem:

$\Delta E_{interna} + \Delta K = \sum_{m=1}^{N} \Delta E_m$.

Na subida a única energia trocada com o sistema aberto (carro) é o trabalho da força peso sobre o sistema, pois o trabalho da Normal é nulo (a Normal é perpendicular ao deslocamento em todo o percurso) e o trabalho da força de atrito estática é nulo (essa força de atrito estática não desloca o ponto de aplicação). Não há outras trocas de energia. Isso leva a: $\sum_{m=1}^{N} \Delta E_m = W_{peso} = -mgh$.

Portanto: $\Delta E_{interna} + (K_{topo} - 0) = -mgh$ → $\Delta E_{interna} = -K_{topo} - mgh = -10000 - 800x10x10$ $E_{gasta\ pelo\ motor} = \Delta E_{interna} = -90000\ J$

[1,0] b) Na descida atuam o peso, a Normal e a força de atrito cinética. A força peso é conservativa, a força Normal não realiza trabalho (pois é perpendicular ao deslocamento em todo o percurso) e a força de atrito cinética é responsável pelo processo de perda da energia mecânica devido ao travamento das rodas. Como não temos detalhes a respeito do processo de perda de energia causado pela força de atrito cinética, escolhemos a lei física mais simples: $E_{Md} - E_{Mtopo} = E_{Mperdida} = -0{,}2E_{Mtopo}$.

Temos $E_{Md} = K_d + U_d = K_d$, onde adotamos $U_d = 0$ e
$E_{Mtopo} = K_{topo} + U_{topo} = K_{topo} + mgh$, para $U_{topo} = mgh$. Portanto temos

$K_d - (K_{topo} + mgh) = -0{,}2(K_{topo} + mgh)$ → $K_d = 0{,}8(K_{topo} + mgh)$ →
$\frac{1}{2}m(v_d)^2 = 0{,}8(K_{topo} + mgh)$ → $(v_d)^2 = 1{,}6(\frac{K_{topo}}{m} + gh) = 1{,}6x\frac{10000}{800} + 1{,}6x10x10 = 180$ → $v_d = 13{,}4\ m/s$

[1,0] c) No deslocamento do carro entre a posição da mola no início do contato e o momento em que o carro pára há a força da mola (conservativa), o Peso, a Normal e a força de atrito (não conser vativa/dissipativa). Considere agora o sistema carro. As forças Peso e Normal realizam trabalho nulo. Portanto vale o teorema: $W_{Forças\ Não\ Conservativas} = \Delta E_M$, onde a única força não conservativa que realiza trabalho não nulo é a força de atrito cinético. Como $W_{Forças\ Não\ Conservativas} = -f_c.d = -\mu_c mgd$ → $-f_c.d = \Delta E_M = \Delta K + \Delta U$, onde → $-f_c.d = (U_f - U_i) + \frac{1}{2}m(v_f)^2 - \frac{1}{2}m(v_i)^2$ →
$-\mu_c mgd = \frac{1}{2}k.d^2 - \frac{1}{2}m(v_d)^2$.

[1,0] Parte 2- No deslocamento da partícula entre as posições x = 4,0 m e x = 12 m há forças conservativas e não conservativas. Vale o teorema

$W_{Força\ Não\ Cons} = \Delta E_M = \Delta K + \Delta U$ → $W_{Força\ Não\ Cons} - \Delta U = \frac{1}{2}m(v_{12})^2 - \frac{1}{2}m(v_4)^2$

$(v_{12})^2 = \frac{2}{m}[W_{Força\ Não\ Cons} - \Delta U] + (v_4)^2 = \frac{2}{10}[-8 - \{-210 - (-150)\}] + (5{,}5)^2$

$v = 6{,}38\ m/s$

3ª questão (3,0 pontos)

O vetor posição do centro de massa no instante iminentemente antes da colisão será determinado como:

[1,0] a) $\mathbf{r}_{cm}=x_{cm}\, i+y_{cm}\, \mathbf{j}$

onde $x_{cm}= (m_1x_1+m_2x_2) / (m_1+m_2)$ e $y_{cm}= (m_1y_1+m_2y_2) / (m_1+m_2)$,

A partir do sistema de referencia indicado na figura temos que:

$x_{cm} = [m_1(-3d/2) + m_2(-d/2)] / (m_1+m_2) = - d/2\ (3m_1+m_2) / (m_1+m_2)$,

$y_{cm}= [m_1(h/2) + m_2(h/2)] / (m_1+m_2) = h/2$

logo o vetor posição do centro de massa é: $\mathbf{r}_{cm}=[-d/2\ (3m_1+m_2) / (m_1+m_2)]\ \mathbf{i} + (h/2)\ \mathbf{j}$

[1,0] b) Na colisão o somatório de forças é zero, portanto podemos usar a conservação do momento linear: $\mathbf{P}_A = \mathbf{P}_D$ (onde $\mathbf{P}_A$ é o momento linear imediatamente antes da colisão e $\mathbf{P}_D$ é o momento linear imediatamente depois da colisão)

$m_1v_{1i}\ \mathbf{i} = (m_1+m_2)v\ \mathbf{i}$

O vetor velocidade dos destroços imediatamente após a colisão é:

$\mathbf{V} = [(m_1v_{1i}) / (m_1+m_2)]\ \mathbf{i}$

[1,0] c) A expressão para perda de energia é $\Delta E = K_f - K_i$

$\Delta E= ½\ (m_1+m_2)\ [\ (m_1v_{1i}) / (m_1+m_2)\ ]^2 - ½\ \ m_1v^2_{1i} = ½\ \ m_1v^2_{1i}\ [\ m_1 / (m_1+m_2) -1]$

Quando $m_1 = m_2$ temos:

$\Delta E = ½\ \ m_1v^2_{1i}\ [-\ ½\ ] = -\ ½\ K_i$, a perda de energia na colisão é de 50% da energia inicial.