G1 DE FIS1026 – 03.09.2013

Nome :____

(1ª questão: 3,0 pontos) Parte 1. Um corpo de massa m = 2,0 Kg descreve um movimento acelerado em um plano e tem sua posição em função do tempo dada pelas equações: $x(t) = 10 + 10t^3$ e $y(t) = t + t^2$. Usar o S.I.

a) Calcule e escreva em notação vetorial a velocidade do corpo no instante t = 2,0 s.

b) Calcule e escreva em notação vetorial, a força que atua no corpo no instante do item a).

Parte 2. Um navio A está 4,0 km ao norte e 2,5 km a leste do navio B. O navio A está navegando com uma velocidade constante de 22 km/h na direção sul; o navio B navega com uma velocidade constante de 40 km/h em uma direção 37° ao norte do leste.

c) Escreva uma expressão para o vetor posição de A em relação à B em função do tempo $R_{AB}(t)$ considerando o instante t = 0 como o instante em que os navios estão nas posições iniciais descritas acima. (Sugestão: faça um desenho para orientá-lo na sua solução posicionando o navio B na origem do sistema de coordenadas em t = 0).

Parte 1

$$v_x(t) = \frac{dx(t)}{dt} = 30t^2\ m/s \qquad v_y(t) = \frac{dy(t)}{dt} = [1 + 2t]\,m/s$$

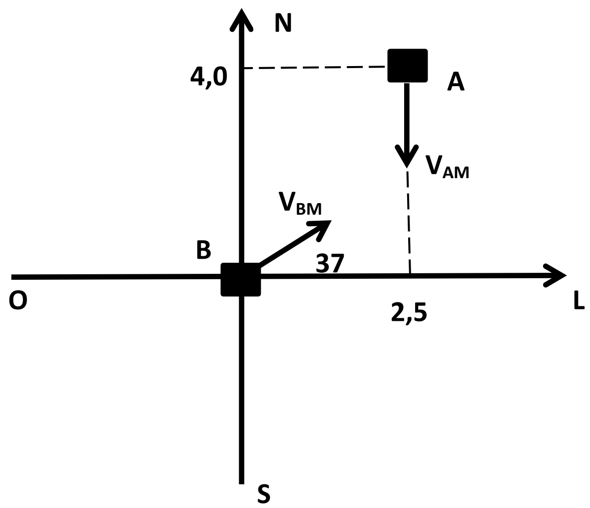
$$\vec{v}(t) = v_x(t)\hat{x} + v_y(t)\hat{y} = [30t^2\ \hat{x} + (1+2t)\ \hat{y}]\ m/s$$

$$\vec{v}(t = 2{,}0s) = [120\,\hat{x} + 5\,\hat{y}]\ m/s$$

$$a_x(t) = \frac{dv_x(t)}{dt} = 60t\,m/s^2 \qquad a_y(t) = \frac{dv_y(t)}{dt} = 2\,m/s^2$$

$$F(t = 2{,}0s) = m\vec{a}(t = 2{,}0s) = [240\,\hat{x} + 4\,\hat{y}]\ Kg\,m/s^2$$

Parte 2



Neste problema devemos considerar o mar como o referencial parado e o navio B como o referencial que se move. Veja a eq.(1)

V_{AM} – velocidade do navio A em relação ao mar

V_{BM} – velocidade do navio B em relação ao mar

$$eq.(1) \quad \vec{R}_{AM}(t) = \vec{R}_{BM}(t) + \vec{R}_{AB}(t) \quad onde$$

$$\vec{R}_{AM}(t) = [(2{,}5\hat{x} + 4{,}0\hat{y}) - 22t\hat{y}]km \quad e$$

$$\vec{R}_{BM}(t) = [(0\hat{x} + 0\hat{y}) + (40\cos 37\ \hat{x} + 40 sen 37\ \hat{y})t\,]km$$

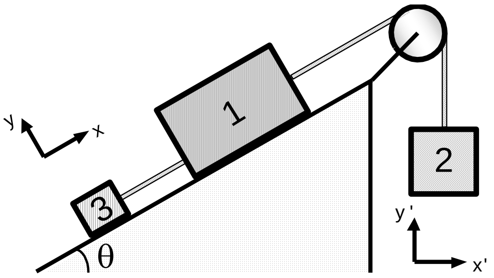
$$\vec{R}_{BM}(t) = [(0\hat{x} + 0\hat{y}) + (32\hat{x} + 24\hat{y})]km$$

então

$$\vec{R}_{AB}(t) = \vec{R}_{AM}(t) - \vec{R}_{BM}(t) = [(2{,}5\hat{x} + 4{,}0\hat{y}) - (32\hat{x} + 46\hat{y})t]km \quad ou$$

$$\vec{R}_{AB}(t) = [(2{,}5 - 32t)\hat{x} + (4{,}0 - 46t)\hat{y}]km$$

(2ª questão: 3,0 pontos) O plano ao lado tem inclinação θ em relação à horizontal igual a 30º. Duas cordas inextensíveis e uma polia, ambas sem massa, mantém em equilíbrio três caixas. Despreze o atrito entre as caixas e o plano. Responda aos itens abaixo, sabendo que a caixa 1 tem massa igual a 4,0 kg, a caixa 3 tem massa igual a 1,0 kg, e que g = 10 m/s^2.

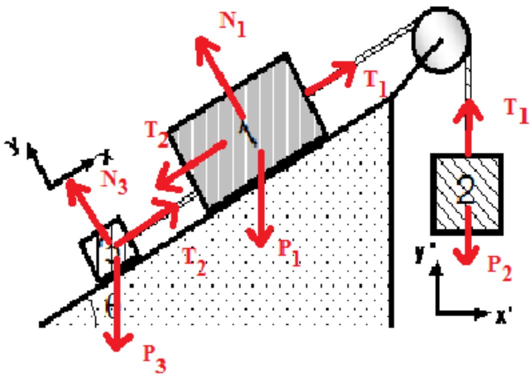


a) Escreva a expressão literal para as equações de movimento das três caixas, em termos das suas componentes, utilizando os respectivos sistemas de coordenadas indicados na figura. Em seguida calcule o valor da massa da caixa 2.

b) Calcule e escreva utilizando notação vetorial a força normal que a caixa 1 exerce sobre o plano.

c) Suponha agora que a caixa 2 tem massa igual a 5,0 kg. Calcule a componente horizontal da aceleração da caixa 3.

a)



Componentes dos pesos de 1 e 3:

$$\begin{cases} P_{1x} = m_1.g.sen\theta \\ P_{1y} = m_1.g.cos\theta \end{cases}$$

$$\begin{cases} P_{3x} = m_3.g.sen\theta \\ P_{3y} = m_3.g.cos\theta \end{cases}$$

2° Lei de Newton em termos de componentes:

Caixa 1 $\begin{cases} T_1 - T_2 - P_{1x} = m_1 . a_{1x} & (1) \\ N_1 - P_{1y} = m_1 . a_{1y} & (2) \end{cases}$

Vínculos: $a_{1x} = -a_{2y'} = a_{3x} = a$

Caixa 2 $\begin{cases} F_{R2x'} = o & (3) \\ T_1 - P_2 = m_2 . a_{2y'} & (4) \end{cases}$

$a_{1y} = a_{2x} = a_{3y} = 0$

Caixa 3 $\begin{cases} T_2 - P_{3x} = m_3 . a_{3x} & (5) \\ N_3 - P_{3y} = m_1 . a_{3y} & (6) \end{cases}$

Tomando (1) + (4) + (5):

$P_2 - P_{1x} - P_{3x} = (m_1 + m_2 + m_3) . a$

$\rightarrow [m_2 - (m_1 + m_3) . sen\theta] . g = (m_1 + m_2 + m_3) . a$

Na condição de equilíbrio do sistema: a = 0

$\rightarrow m_2 = (m_1 + m_3) . sen\theta$ $\rightarrow m_2 = (4 + 1) . (0{,}5) = 2{,}5kg$

b) A partir da equação (2):

$\rightarrow \overrightarrow{N'}_1 = (P_{1y})(-\hat{j}) = -[4.10.(0{,}866)]\hat{j}$ $\rightarrow \overrightarrow{N'}_1 = (-34{,}6)\,\hat{j}N$

Obs: $\overrightarrow{N'}_1 = -\vec{N}_1$ (os vetores não são iguais, pois apresentam sentidos opostos mesmo apresentando módulos iguais.)

c) Substituindo os valores no resultado de (1) + (4) + (5) obtemos o módulo da aceleração do sistema:

$\rightarrow a = {[m_2 - (m_1 + m_3) . sen\theta] . g} / {(m_1 + m_2 + m_3)}$

$\rightarrow a = {[5 - (4 + 1) . (0{,}5)] . 10} / {(4 + 5 + 1)} = 2{,}5 m/s^2$

Sua componente horizontal será:

$\rightarrow a_x = a . cos\theta = 5 . (0{,}867) = 2{,}17 m/s^2$

(3ª questão: 4,0 pontos) Uma moeda de massa 10 g repousa sobre um bloco de massa 200 g. Ambos estão sobre uma plataforma circular de raio 12 cm que gira com 60 rotações por minuto em torno de um eixo na direção vertical conforme indicado na figura. Os coeficientes de atrito estático e cinético entre o bloco e a plataforma são respetivamente μ_E=0,75 e μ_C=0,64. Os coeficientes de atrito estático e cinético entre a moeda e o bloco são respectivamente μ_E=0,52 μ_C=0,45. Use π igual a 3,14 e g = 10 m/s^2.

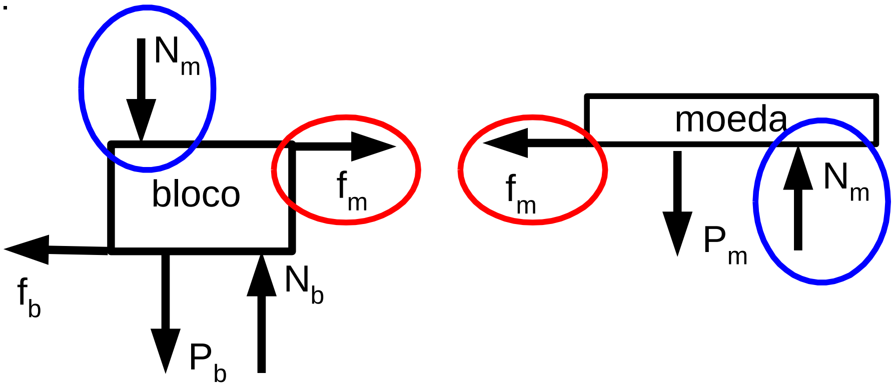
a) Calcule as forças centrípetas que atuam na moeda e no bloco.

V = 2π(0,12) / 1 rev * 60 rev/min*1 min / 60 s = 0,75 m/s

moeda: $\Sigma F_c = m_m\, a_c = m_m\, V^2/r$ = 0,01 * (0,75)2 / 0,12 = 0,047 N

bloco: $\Sigma F_c = m_b\, a_c = m_m\, V^2/r$ = 0,2 * (0,75)2 / 0,12 = 0,94 N

b) Faça um diagrama de corpo livre da moeda e do bloco e indique (se houver) os pares ação-reação.



c) Calcule a força de atrito que atua entre o bloco e a plataforma.

bloco: $\Sigma F_c = f_b - f_m = m_b\, a_c \Rightarrow f_b = m_b\, a_c + f_m$;

como $f_m = m_m a_c \Rightarrow f_b = (m_b + m_m)\, a_c$ = 0,98 N

d) Qual é a máxima rotação por minuto que a plataforma pode ter antes que o bloco ou a moeda caiam da plataforma.

A velocidade máxima que a plataforma pode chegar antes da moeda ou do bloco caírem está limitada pela menor força de atrito máximo da moeda ou do bloco. A menor força de atrito máximo é a da moeda dada a sua massa e seu coeficiente de atrito estático.

$f_m^{max} = \mu_E\, N_m = \mu_E\, m_m\, g = m_m\, V^2 / r$

$\Rightarrow V = (\mu_E\, g\, r)^{1/2}$ = 0, 79 rad /s = 0,79 * 60 / (2*π*0,12) = 63 rot/min