PROVA G4 FIS 1026 – 28/06/2011

MECÂNICA NEWTONIANA B

NOME: Gabarito ______________________ Nº:__________

TURMA:________

QUESTÃO	VALOR	GRAU	REVISÃO
1	3,0		
2	3,0		
3	4,0		
TOTAL	10,0		

Dados:

$K = \frac{1}{2} m v^2$; $W = \mathbf{F} \cdot \Delta\mathbf{s}$; $W_{cons} = -\Delta U$; $W_{mola} = \frac{1}{2} k x_i^2 - \frac{1}{2} k x_f^2$; $P = W / \Delta t$

$W_{total} = \Delta K$; $\mathbf{p} = m\mathbf{v}$; $\mathbf{F}_{med} = \Delta\mathbf{p} / \Delta t$; $\sum \mathbf{F}_{ext} = M\mathbf{a}_{cm}$; $M\mathbf{v}_{cm} = \sum \mathbf{p}_i$;

$K_{rot} = \frac{1}{2} I \omega^2$; $\mathbf{R}_{cm} = \Sigma m_i \mathbf{r}_i / \Sigma m_i$ $\boldsymbol{\tau}_{med} = \Delta\mathbf{L} / \Delta t$

$\mathbf{p} = m\,\mathbf{v}$, $\boldsymbol{\tau} = \mathbf{r} \times \mathbf{F}$, $\mathbf{L} = \mathbf{r} \times \mathbf{p} = m\,\mathbf{r} \times \mathbf{v}$, $\mathbf{L}_{corpo\ rigido} = I\boldsymbol{\omega}$, $W_{total} = \tau \cdot \Delta\theta$, $\sum \tau_{ext} = I\boldsymbol{\alpha}$

Massa pontual: $I = mr^2$; Teorema dos eixos paralelos: $I_d = I_{CM} + M d^2$

Aro de massa M e raio R: $I_{CM} = MR^2$ Disco/Cilindro de massa M e raio R: $I_{CM} = MR^2/2$

Esfera de massa M e raio R: $I_{CM} = 2MR^2/5$

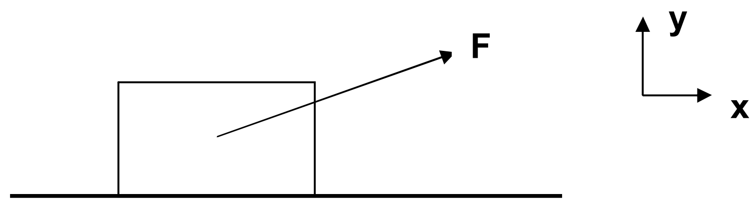
Haste de massa M e comprimento ℓ : $I_{CM} = M\ell^2/12$

A duração da prova é de 1 hora e 50 minutos.

As respostas sem justificativas não serão computadas.

Esta prova tem 4 folhas, contando com a capa. Confira.

(1ª questão: 3,0 pontos) Um bloco de massa 15 kg é puxado a partir do repouso por uma força F de módulo 100 N que faz um ângulo de 30^0 com a horizontal. A superfície possui coeficiente de atrito cinético μ_C.



a) Determine o valor da força de contato do bloco com o solo.

eixo x : F cos 30 – fat = ma
eixo y : F sen 30 + N – mg = 0
fat = μ_c N

N = mg – F sen 30 = (15) (10) – 100 (0,5)
N = 100 N

b) Determine o coeficiente de atrito cinético de modo que o bloco se mova com aceleração de 5,1 m/s².

fat = F cos 30 - ma = 100 (0,866) – (15) (5,1)
fat = 10,1 N = μ_c N
μ_c = 10,1 / 100 = 0,101

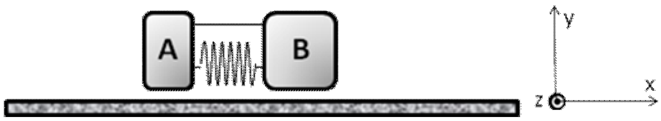
c) Suponha que a força F pare de agir instantaneamente quando a velocidade do bloco alcançar 36 km/h e que, no mesmo instante, o bloco passe a se deslocar em superfície livre de atrito. Sabendo que este bloco é submetido a uma colisão perfeitamente inelástica com outro bloco de massa igual a 5 kg que se encontra em repouso, determine as velocidades finais dos dois blocos.

v_a = 36000 m / 3600 s = 10 m/s

Na colisão inelástica: $m_a v_a = (m_a + m_b) V$

V = 15 . 10 / (15 + 5) = 7,5 m/s

(2ª questão: 3,0 pontos) Uma mola de massa desprezível e comprimento natural (relaxada) de 70 cm é comprimida até o tamanho de 20 cm e em seguida posta entre dois blocos que estão sobre um piso horizontal numa região com atrito desprezível. Um fio atado aos blocos mantém o sistema em repouso.



Fio e mola estão dispostos na horizontal. A constante elástica da mola vale 48 N/m e as massas dos blocos valem m_A = 2,0 kg e m_B = 4,0 kg. Adote g = 10 m/s^2.

a) Na situação de equilíbrio (antes do fio ser cortado), forneça: (i) o vetor força elástica exercida pela mola sobre o bloco B, usando o sistema de coordenadas da figura; (ii) o módulo da força de tensão exercida pelo fio; (iii) o valor da energia potencial elástica armazenada na mola.

(i) $\mathbf{F_k} = k\, x\, \mathbf{i} \quad \rightarrow \quad \mathbf{F_k} = 48 \cdot (0{,}70 - 0{,}20)\, \mathbf{i} \quad \rightarrow \quad \mathbf{F_k} = (\,24\text{ N}\,)\, \mathbf{i}.$

(ii) Como não há atrito sobre o bloco B, ele se mantém em repouso horizontal exclusivamente sob a ação da força da mola (para a direita) e da tensão do fio (para a esquerda).
Sendo assim: T = 24 N.

(iii) $U_k = k\, x^2 / 2 \quad \rightarrow \quad U_k = 48 \cdot (0{,}50)^2 / 2 \quad \rightarrow \quad U_k = 6{,}0\text{ J}.$

b) Neste item, admita que a energia potencial elástica armazenada na mola tenha valor de 6,0 J. Uma vez cortado o fio e depois de terminada a distensão da mola, os blocos adquirem velocidades em sentidos opostos. Calcule seus valores, supondo que toda a energia potencial elástica da mola foi convertida em energia cinética dos blocos.

Conservação do momento linear na direção horizontal:

$$P_{ANTES} = P_{DEPOIS}$$
$$0 = m_A\, v_A + m_B\, v_B$$
$$0 = 2\, v_A + 4\, v_B \quad \rightarrow \quad v_A = -2\, v_B \qquad (I)$$

Conversão da energia potencial elástica da mola em energia cinética para os dois blocos:

$$k\, x^2 / 2 = m_A\, v_A^2/2 + m_B\, v_B^2/2$$
$$6{,}0 = 2v_A^2/2 + 4v_B^2/2$$

Simplificando e substituindo aqui a eq. (I) acima, vem:

$$6{,}0 = (-2\, v_B)^2 + 2v_B^2/2 \quad \rightarrow \quad v_B = \pm\, 1{,}0\text{ m/s}.$$

Abandonamos a solução negativa porque B move-se para a direita. Sendo assim, a resposta final fica:

$$v_A = -2\text{ m/s} \qquad \text{e} \qquad v_B = +\, 1{,}0\text{ m/s}.$$

c) Neste item, admita que a energia cinética adquirida por B tenha valor 3,0 J e que a velocidade adquirida por A tenha valor 2,0 m/s. Suponha que a pista à direita do bloco B não possui atrito e possua uma elevação, e que a pista à esquerda do bloco A é horizontal e possui atrito com coeficiente de atrito cinético de valor μ_C = 0,4. Calcule os seguintes valores: (i) a altura em centímetros, a partir do nível horizontal inicial, em que o bloco B atingirá a velocidade de módulo 1,0 m/s; e (ii) a distância total percorrida pelo bloco A na região com atrito até parar.

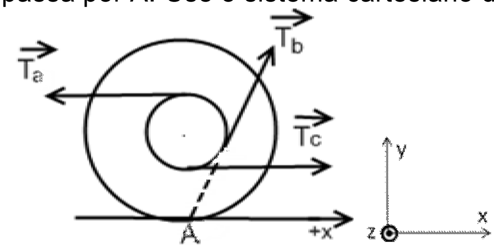
(i) Como sobre B não atuam forças dissipativas, sua energia mecânica se conserva:

$$K_B^{ANTES} + U_{gB}^{ANTES} = K_B^{DEPOIS} + U_{gB}^{DEPOIS}$$
$$3{,}0 + 0 = 4\cdot(1{,}0)^2 /2 + 4\cdot 10\cdot h_B$$
$$h_B = (1/40)\text{ m} = 0{,}025\text{ m} \quad \rightarrow \quad h_B = 2{,}5\text{ cm}.$$

(ii) Sobre A atua a força de atrito (não conservativa). Logo:

$$W_{NÃO\ CONSERVATIVAS} = \Delta E_{MEC}$$
$$(\mu m g)\, d_A\, (\cos 180°) = K_A^{DEPOIS} - K_A^{ANTES}$$
$$-\, 0{,}4\; 2\; (10)\, d_A = 0 - 2\, (2)^2/2 \quad \rightarrow \quad d_A = 0{,}5\text{ m}.$$

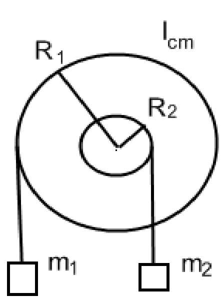
(3ª questão: 4,0 pontos) i- Considere um carretel enrolado com um fio ideal, inicialmente em repouso, apoiado sobre uma superfície horizontal com atrito. O fio é suavemente puxado de forma que o ponto A do carretel em contato com a superfície não escorregue. Na figura temos três configurações da tração (T_a, T_b e T_c) para puxar o fio e fazer com que o carretel entre em movimento de rolamento. O raio interno do carretel é r e o raio externo é R. A linha de ação de T_b passa por A. Use o sistema cartesiano de coordenadas abaixo.



Calcule os vetores torque em relação a um eixo na direção z que passa pelo ponto A levando em conta as forças de tração, peso, normal e atrito.

$\boldsymbol{\tau}_{Ta} = (R + r)\, T_a\, (\mathbf{k})$	$\boldsymbol{\tau}_P = 0$
$\boldsymbol{\tau}_{Tb} = 0$	$\boldsymbol{\tau}_N = 0$
$\boldsymbol{\tau}_{Tc} = (R - r)\, T_c\, (-\,\mathbf{k})$	$\boldsymbol{\tau}_{fat} = 0$

ii- a) Uma roldana com dois discos coaxiais possui momento de Inércia I_{cm} e raios R_1 e R_2 ($R_1 > R_2$), com fios ideais 1 e 2 enrolados em cada disco conforme a figura. Nas extremidades desses fios estão fixados dois blocos de massas m_1 e m_2, ($m_1 > m_2$) respectivamente. O sistema é largado do repouso e inicia um movimento acelerado com o bloco 1 descendo. Escreva o sistema de equações necessário para obtenção da aceleração angular da roldana.



bloco 1 : $P_1 - T_1 = m_1 a_1$

bloco 1 : $T_2 – P_2 = m_2 a_2$

roldana: $\boldsymbol{\tau}_{cm} = I_{cm}\, \alpha = R_1 T_1 – R_2 T_2 = I_{cm}\, \alpha$

$a_1 = \alpha R_1$

$a_2 = \alpha R_2$

b) Assumindo o valor constante de 2,8 rad/s^2 para a aceleração angular α da roldana, calcule vetor o momento angular do bloco de massa m_1, em relação ao centro da roldana, 2 s após o sistema ter entrado em movimento. Admita I_{cm} = 1,7 kgm^2, R_1 = 0,50 m, R_2 = 0,20 m, m_1 = 2,0 kg e m_2 = 1,8 kg. Utilize o sistema de coordenadas do item i.

$\mathbf{L} = \mathbf{r} \times m\mathbf{v} = R_1\, m_1\, \alpha\, R_1\, t\, (\mathbf{k}) = 0{,}5 \,.\, 2 \,.\, 2.8 .\, 0{,}5 \,.\, 2\, (\mathbf{k})$

$\mathbf{L} = 2{,}8$ kg m^2/s $(\mathbf{k})$